الصفر سيرة فكرة خطيرة

المشروع الوطني للترجمة

العلوم الإنسانية

رئيس مجلس الإدارة

الدكتورة لبانة مشوِّح

وزيرة الثقافة

المشرف العام

د. نايف الياسين

المدير العام للهيئة العامّة السوريّة للكتاب

رئيس التحرير

د. باسل المسالمة

الإشراف الطباعي

أنس الحسن

تصميم الغلاف

عبد العزيز محمد

الصفر سيرة فكرة خطيرة

تأليف : تشارلز سيف
ترجمة : د. أحمد ديركي

منشورات الهيئة العامة السورية للكتاب

وزارة الثقافة - دمشق ٢٠٢٢م

العنوان الأصلي للكتاب:

Zero the Biography of a Dangerous Idea

الكاتب: **Charles Seife**

الناشر: **Penguin Group, 2000**

المترجم: د. أحمد ديركي

وفي ما يلي بعض ما كتبته الصحف حول كتاب **«الصفر سيرة فكرة خطيرة»:**

* صحيفة «واشنطن بوست»: كُتب بوضوح وحماس مُعدٍ قلّ نظيره في الكتابات العلمية... الصفر فعلاً شيء ما".

* Atlanta Journal Constitution: «الرياضيون، وبشكل مناقض للفكرة العامة الخاطئة، غالباً أكثر الكتاب إشراقاً، برتراند راسل (Bertrand Russell) حاز على جائزة نوبل في الأدب لا الرياضيات، وسيف مثال مرحب به».

* The Dallas Morning News: «سرديته... تنتقل بشكل انسياقي من التاريخ والفلسفة إلى العلم والتكنولوجيا، ونثره يُعبِّر عن موهبة تجعل من الأفكار المعقدة جلية».

«يظهر الصفر كلغز فكري صعب في تسجيل حوادثه الرائعة. ويحث تشالز سيف قراءه، باختصار مشوق، على مرافقة الصفر من هاوية الفراغ، ليخرج إلى اتساع الكون اللانهائي... يروي سيف ببراعة وثقة الجدالات التاريخية، ومن ثم يدحرج الصفر بانسياق وصولاً إلى الوقت الحالي حيث يشبكه مع مخاطره في شراك الثقف الأسود، ومن ثم يخرج إلى الكون الشديد البرودة. كتاب يجب أن يقرأه كل فيزيائي»

- **Booklist** (starred review)

«أبقى سيف النغمة جميلة كعمق موضوعه، وفي نهاية الكتاب ولا قارىء يمكنه أن يختلف معه بأن الصفر أكثر الأفكار التي ابتدعتها البشرية خصوبة – ولذا أكثرها خطورة... أسلوب سيف يزود القراء المتصارعين مع الرياضيات

والعلوم بنافذة واضحة كي يروا التقنيات القوية لحساب التفاضل والتكامل وألغاز الفيزياء الحديثة.... في عمله هذا... الكتاب الممتع والنير يكشف أحد أعمق جذور لا حتمية الإنسانية وأعظم الأفكار».

- *Publishers Weekly* (starred review)

«لا تُقدر شبكة المفاهيم المعقدة التي أنارها سيف... حتى إنها لا تحصى»

- *Boston Globe*

«لدى سيفٍ الموهبة في تبسيط النظريات الحديثة... لتبدو واضحة ومفهومة»

- *Salon*

«يروي سيف قصته كصحافي علمي متفوق، ويبقى خارج الموضوع من أجل توضيح الأفكار... تفسيراته السهلة منعشة... مباشرة وذكية»

- *The New York Times*

«الجزء العظيم في هذا الكتاب يصف قصة رائعة عن البشرية ببراعة وذكاء... لا يمكننا إلا أن نُقدر العمق المفاجىء وغنى مفاهيم "بسيطة" مثل الصفر واللانهاية – وعلاقتهما المذهلة مع الدين والثقافة في حضارات سابقة وعلوم راهنة»

- *The Philadelphia Inquirer*

الفصل صفر
فراغ وعدم

ضرب الصفر حاملة الطائرات «يو. إس. إس. يورك تاون» USS Yorktown مثل الطوربيد.

عندما كانت حاملة الطائرات «يو اس.اس. يورك تاون» وكلفتها مليار دولار تبحر من شاطىء فرجينيا، بتاريخ ٢١ أيلول عام ١٩٩٧، ارتعدت إلى حد التوقف. ماتت «يو إس. إس. يورك تاون» في الماء.

صُممت السفنُ الحربية لتصمد أمام ضربات الطوربيدات أو انفجار الألغام البحرية، ودُرعت ضد العديد من الأسلحة، دون أن يخطر لأحد أن يحصِّن «يوركتاون» من الصفر. وقد كان هذا خطأً مميتاً.

كانت الحواسيب «يورك تاون» قد استلمت برمجيات جديدة للتحكم في محركاتها، لكن، لسوء الحظ، لم يكتشف أحد في القنبلة الموقوته في الشيفرة الصفرَ الذي كان من المتوجب على المهندسين إزالته وهم يركبون البرمجيات، ولكن لسبب أو آخر جمد تجاهل الصفر وبقي مختبئاً في الشيفرة. بقي مختبئاً إلى أن استدعته البرمجيات لذاكرتها، فاختنقت.

عندما حاول نظام الحاسوب لـ «يوركتاون» القسمة على صفر، فوراً أصبحت قوة ٨٠٠٠٠ حصان عديمة الفائدة، واستغرقت عملية إعادة

شبك أجهزة التحكم اليدوية للمحركات، حوالي ٣ ساعات، لتبحر من بعدها «يوركتاون» مترنحة وببطء باتجاه المرفأ. واستغرق إصلاح محركاتها يومين للتخلص من الصفر، وعودتها للخدمة.

ما من رقم آخر يمكنه إحداث أضرار مشابهة. وفشل الحواسيب، كما حدث في «يورك تاون» مجرد ظل باهت لقوة الصفر. لأن الصفر مختلف عن بقية الأرقام فقد شحذت ثقافات سيوف فرسانها ضده، تفتت فلسفات تحت تأثيره. يزودنا الصفر بلمحة عمّا يفوق الوصف وإلى اللانهاية، لذا فهو مكروه ومرعب – وخارج على القانون.

هذه هي قصة الصفر، منذ ولادته في الأزمنة القديمة ولغاية نموه وازدهاره في الشرق، ونضاله كي يُقبل في أوروبا، وهيمنته في الغرب، وحضوره دائم التهديد للفيزياء الحديثة. إنه قصة الذين صارعوا معنى الرقم الغامض – أكاديميين وباطنيين، علماء ورجال دين – كل منهم حاول فهم الصفر. إنها قصة محاولات عالم الغرب لتحصين نفسه بشكل غير فعّال (وفي بعض الأحيان عنفي) من فكرة شرقية. وهو تاريخ مفارفة (مفارقة* paradox) مربك من قِبل رقم، يبدو، حتى في هذا القرن، بريء ومثير لأكثر العقول موهبة، ومهدداً بحل لغز كل إطار الفكر العلمي.

الصفر قوي لأنه توءم اللانهاية، وكلاهما متساوٍ ومتعاكس، مثل «ين وينغ». كلاهما متساو في المفارقة والإرباك. إن أضخم الأسئلة في العلم والدين تتمحور حول العدم والأبدية، الفراغ وإلى الأزل، الصفر وإلى اللانهاية. وكانت الخلافات حول الصفر، هي المعارك التي هزت أسس الفلسفة، والعلوم، والرياضيات، والدين، فالصفر واللانهاية يكمنان مباشرة في كل ثورة.

كان الصفر في قلب المعركة ما بين الشرق والغرب، وفي مركز الصراع ما بين الدين والعلم. لقد أصبح الصفر لغة الطبيعة وأهم أداة في الرياضيات، وأكثر المسائل الأساسية في الفيزياء – النواة المظلمة لثقب أسود، واللمعان الساطع للانفجار العظيم – كلها معارك لهزيمة الصفر.

استطاع الصفر عبر كل تاريخه وعلى الرغم من رفضه ونفيه دائماً هزيمة معارضيه، ولا يمكن للبشرية ان تُجبر الصفر على أن يتلاءم مع فلسفاتها؛ بل الصفر ما شَكّلَ وجهة نظر البشرية للكون – ولله.

الفصل الأول
فعل العدم
(أصل الصفر)

«حينها لم يكن عدم ولا وجود، لم يكن فضاء ولا سماء بعده. ما المحرك؟ وأين؟»

(الريغفادا)

THE RIG VEDA

قصة الصفر قديمة، تمتد جذورها إلى فجر الرياضيات منذ آلاف السنين، ما قبل الحضارة الأولى، قبل أن يكون بمقدرة الإنسان القراءة أو الكتابة بكثير. لم يكن الصفر، في حينها، طبيعياً كما هو عليه اليوم؛ بل كان فكرة غريبة ومخيفة. الصفر مفهوم شرقي ولِدَ في منطقة الهلال الخصيب قبل ولادة المسيح. لم يستدعِ الصفر الصورة الأولية للفراغ فقط، بل امتلك خواص رياضية خطيرة أَيضاً. يوجد في الصفر قوة تحطم إطار المنطق.

وجدت بدايات الفكر الرياضي رغبة بعدِّ الخراف، والحاجة لتتبع مسار المُلكية والشعور بمرور الوقت. لم تكن أية مهمة من هذه المهمات بحاجة

للصفر، فعملت الحضارات بشكل جيد طوال الألفية قبل اكتشافه. لقد كان الصفر فعلاً شيئاً بغيضاً لبعض الحضارات فاختارت العيش من دونه.

الحياة بلا صفر

«لسنا بحاجة إلى استخدام الصفر في عملياتنا اليومية، ولا أحد منا يشتري صفر سمكة. لكنه بطريقة ما هو الأكثر حضارة من كل الأساسيات، واستخدامه مفروض علينا لإغناء كل أنماط التفكر»

(الفرد نورث ويتهيد)

- ALFRED NORTH WHITEHEAD

يصعب، حالياً، على الشخص تصور الحياة بلا صفر، كما هو حال تصورها من دون رقم ٧ أو ٣١. لكن في ما مضى لم يكن هناك صفر – كما لم يكن هناك رقم ٧ أو ٣١. وهكذا هي الحال ما قبل التاريخ، لذا توجب على الأحيائيين* (paleontologists) أن يجمعوا رواية ولادة الرياضيات من المدونات الحجرية والعظمية. لقد اكتشف الباحثون من هذه البقايا الأثرية أن رياضيي العصر الحجري أكثر صرامة من الحديثين، حيث استخدموا الذئاب بدلاً من اللوح.

وُجد الدليل المفتاحي حول رياضيات العصر الحجري، في أواخر ثلاثينيات القرن المنصرم، عندما كان عالم الآثار كارل أبسلوم (Karl Absolom) ينقب عن الآثار في تشيكوسلوفاكيا فوجد عظمة ذئب، عمرها ٣٠٠٠٠ سنة، منقوش عليها. لا أحد يعلم ما إذا كان رجل الكهف «غوغ» (Gog) قد استخدمها لعد الغزلان التي قتلها، أو للرسومات التي رسمها، أو للأيام التي لم يستحم بها، لكنه من الجلي أن الإنسان القديم كان يعدّ شيئاً ما.

في العصر الحجري كانت عظمة الذئب توازي أكثر الكومبيوترات حداثة حالياً ولم يكن في استطاعة أسلاف «غوغ» العد إلى الرقم ٢، وبالتأكيد لم يكونوا بحاجة إلى رقم ٠. يبدو أنه في بداية الرياضيات ميزَ البشر، في حينها، بين واحد وكثير فقط. لم يكن هناك أية طريقة للتعبير عن أية كمية غير واحد وكثير، وقد يكون رجل الكهف امتلك رأس حربة، أو عدة رؤوس، أكل سحلية أو عدة سحالي. ومع الوقت تطورت اللغات الأولية لتميز بين ١ و ٢ وكثير، وعرضياً ١ و٢ و٣ وكثير، لكنها لم تملك تعابير لأرقام أعلى. حتى تاريخه ما زالت بعض اللغات على هذه الحال. على سبيل المثال شعوب سيريونا (Siriona Indians) في بوليفيا ويانوأما (Yanoama) البرازيليين ليس لديهم أي كلمات تعبر عن أي شيء أكثر من ٣، وبدلاً من ذلك تستخدم هاتين القبيلتين كلمات من مثل «أكثر» أو «عدة».

بفضل طبيعة الأرقام – أمكن جمع بعض الأرقام مع بعضها لخلق أرقام جديدة بفضل طبيعتها دون أن يتوقف نظامها عند الرقم ٣، فبعد فترة من الزمن بدأ رجال القبائل الأذكياء وبوصل الكلمات مع الأرقام لإيجاد المزيد من الأرقام. وحالياً لدى اللغة التي تستخدمها شعوب «باكيري» (Bacairi) و«برورو» (Bororo) في البرازيل نظام أرقام يسير على الشكل التالي: «١» و«٢»، «٢ و١»، «٢و٢»، «٢ و٢ و١»... وهكذا دواليك. هذه الشعوب تعدُّ على قاعدة الرقم ٢، ويسمي الرياضيون هذا النظام بـ«النظام الثنائي» (binary system).

يبدو أن عظمة الذئب القديمة مثّلت نظام العد النموذجي سابقاً؛ حيث استخدمت شعوب قليلة «النظام الثنائي» في العدّ كما استخدمه كل من شعبي

«باكيري» و«برورو». فقد احتوت عظمة الذئب لدى «غوغ» على ٥٥ نحتاً مرتباً في مجموعات، كل منها يحتوي على خمسة نقوش، وكان هناك نقش آخر بعد النقوش الـ٢٥ الأولى. يبدو أن «غوغ» كان يعد خمسة خمسة، ومن ثم نقش مجموعات عصا الحساب في حزم من خمس علامات. وهذا أمر منطقي جداً كونه أسرع بكثير من أن تسجل رقم العلامات في مجموعات من العد واحد واحد. لذا يمكن للرياضيين المعاصرين قول إن «غوغ»، الحافر على عظام الذئب، استخدم نظام العد الخماسي (quinary system).

لماذا خمسة؟ إنه اختيار عشوائي بالعمق. لو وضع «غوغ» عصيَّ العد في مجموعات من أربع، وعد في مجموعات من ٤ و ١٦ لعمل نظام ترقيمه بشكل جيد، كما لو كان من مجموعات من ٦ و٣٦. التجميع (وضع في مجموعات) لا يؤثر في عدد العلامات في العظمة، بل يؤثر، فقط، على طريقة «غوغ» في جمعها في نهاية المطاف – فهو سوف يحصل على الإجابة عينها بغض النظر عن كيفية عده لها. لكن «غوغ» فضّل العد في مجموعات من ٥ بدلاً من ٤، والبشر، في كل أنحاء العالم، يفضلون ما فضله «غوغ». أُعطي البشر ٥ أصابع، وهذا حادث طبيعي بسببه يبدو أن ٥ هي نظام قاعدي للعدّ مفضل لعديد من الثقافات. استخدم اليونان الأوائل، على سبيل المثال، الكلمة «تخميس» (fiving) لوصف عملية تسجيل الحسابات.

يرى اللغويون أن بدايات النظام الخماسي تكمن في نظام العد الثنائي؛ لأن هناك تعابير مختلفة عند شعب «برورو»، في جنوب أميركا، لمقولة «٢و٢و١» ومنها «هذه يدي بأكملها». ويبدو أن الشعوب القديمة أحبَّت العد بأجزاء جسدها، والمفضل لديها هو: (يد) ٥ ،(يدان) ١٠،

(يدان وقدمان) ٢٠. في المقابل يظهر أن الرقمين ١١ و ١٢ في اللغة الإنكليزية مشتقان من «واحد فوق عشرة»، و«اثنان فوق عشرة» بينما الأرقام ١٣ و١٤ و١٥ وما بعدها مختصرات لـ«ثلاثة وعشرة»، «أربعة وعشرة»، «خمسة وعشرة». من هنا استنتج اللغويون أن «عشرة» كانت الوحدة القاعدية في بدايات اللغات الألمانية، التي انبثقت منها اللغة الإنكليزية، فاستخدمت هذه الشعوب نظام الأرقام العشري. أما في اللغة الفرنسية فإن ٨٠ هي أربع عشرينات، و٩٠ أربع عشرينات وعشرة، ما يعني أن الشعوب التي عاشت في ما يعرف الآن بفرنسا استخدمت الأرقام العشرينية، والأرقام من مثل ٧ و ٣١ انتمت إلى كل هذه النظم الخماسية، والعشرية، والعشرينية على حد سواء. إلا أن ليس لأي نظام من هذه الأنظمة اسم للصفر. بكل بساطة الفكرة لم تكن موجودة.

لم يكن الإنسان بحاجة لتتبع صفر خروف، وعدّه، أو لتتبّع صفر ولد. حتى حالياً بدل قول «لدينا صفر موزة» يقول بائع الخضار «ليس لدينا موز». فأنت لست بحاجة لرقم يعبر عن نقص شيء، ولم يسبق، لأي شخص، أن حدد رمزاً لغياب الأشياء. لذا تعايش الناس من دون وجود الصفر فترة طويلة. بكل بساطة لم يكن هناك من حاجة له، فلم يظهر.

واقعياً معرفة الأرقام مقدرة إنسانية منذ ما قبل التاريخ، وقد أُعتبرت مقدرة العد موهبة كالمواهب ذات المعنى الروحي والسري، التي تستدعي الآلهة بأسمائها. يُذكر في «كتاب الموتى المصريين» (Egyptian Book of Dead) أن «أكِن» (Aqen) تحدّى أرواح الموتى التي ينقلها رجل القارب المبحر في نهر العالم السفلي من خلال العد، إذ يرفض «أكِن» السماح لأي فرد

أن يصعد على متن المركب إن لم يكن يعرف تعداد أصابعه. حيث على الروح أن ترتِل عدد أصابع يدها إرضاءً لرجل المركب، بينما رجل المركب اليوناني كان يطلب المال الموضوع تحت لسان الرجل الميت.

على الرغم من أن الذين يستطيعون العد هم قلة في العالم القديم، إلّا أن الأرقام وأساسيات العدّ تطورت، دائماً، ما قبل القراءة والكتابة. عندما بدأت الحضارات الأولى بضغط عيدان القصب على الصحف الطينية وحفر الأشكال على الحجر، ونثر الحبر على الرق وأوراق البُردي. وقبل كل هذا في حينها كانت النظم الرقمية متواجدة ومؤسسة بشكل جيد. وكان نقل نظام الأرقام الشفهي إلى صيغ مكتوبة مهمة سهلة: حيث كان الناس بحاجة لتخيل طريقة شيفرة يستطيع من خلالها الكتّاب تجميع الأرقام في صيغ أكثر ديمومة (بعض المجتمعات توصلت إلى هذا الأمر قبل أن تُكتشف الكتابة، حيث استخدم رجل «الأنكا» (Incas) الأمّي ذات العقد (quipu)*).

في البدء كتب الكُتّاب الأرقام بطريقة تتلاءم مع قاعدة عدهم، وتنبّئياً، فعلوها، اختصاراً، بأكثر الطرق التي يمكن أن يفكروا بها. هذا وقد تقدمت المجتمعات منذ زمن «غوغ» وبدلاً من وضع مجموعات صغيرة، تكراراً وتكراراً، أوجدَ الكُتّاب رموزاً لكل نموذج من المجموعات في النظام الخماسي يمكنها كتابة علامة معينة لكل مجموعة. بمعنى رمز مختلف لمجموعة من خمسة أرقام، وآخر لمجموعة من ٢٥ رقماً وهكذا دواليك.

كذلك فعل المصريون. فقد صمم المصريون القدامى، منذ أكثر من ٥٠٠٠ سنة مضت، ومنذ ما قبل الأهرامات، نظاماً لنسخ نظامهم العشري حيث مثلت الصور الأرقام. وكل علامة مفردة أفقية مثلت وحدة، فيما

مثلت عظمة الكعب ١٠ وحدات، ومثل كل فخ بشكل دوامة مثل ١٠٠ وحدة وهكذا دواليك. وبالتالي فإن كتابة الأرقام بهذا النظام، فرض على كل الكتبة المصريين تسجيل مجموعات هذه الرموز، فعوضاً عن كتابة ١٢٣ توضع علامات تشير إليه، حيث كتب الكتبة ستة رموز هي: فخ، كعبان، وثلاث علامات أفقية. ذلك أن هذه الطريقة هي النموذجية للحساب في العصور القديمة. ما يعني أن مصر لم تكن بحاجة للصفر، ولم يكن لديها صفر، مثلها مثل معظم الحضارات.

على الرغم من ذلك، لدى المصريين رياضيات معقدة لأنهم فلكيون من الدرجة الأولى، ويحسبون الوقت، ممّا يعني انه فُرض عليهم استخدام رياضيات معقدة، والشكر في هذا يعود إلى روعة طبيعة التقويم.

إن إيجاد تقويم مستقر مثّل مشكلة لمعظم الشعوب القديمة لأنهم استهلوا، بشكل عام، عملهم بتقويم قمري: طول الشهر هو الوقت ما بين بدرين متتالين. وهذا اختيار طبيعي: يصعب تجاهل ظهور القمر واختفائه في السماء؛ الأمر الذي مثّل أسلوباً ملائماً للإشارة إلى الفترة الدائرية للوقت. إلّا ان الشهر القمري يتفاوت طوله ما بين ٢٩ و ٣٠ يوماً، وذلك بصرف النظر كيف يمكن أن يرتب الشهر القمري ما مجموعه ١٢ شهراً قمرياً وما يقرب من ٣٥٤ يوماً – أقصر من طول السنة الشمسية بحدود ١١ يوماً. وبالتالي فإن إضافة شهر قمري يعني إضافة ما يقرب ١٩ يوماً وهذا أمر صعب، لاسيما وأن السنة الشمسية، لا القمرية، هي التي تحدد موعد الزرع والحصاد، فتنجرف الفصول عند حسابها بالسنة القمرية غير الصحيحة.

إن تصحيح التقويم القمري مهمة معقدة. وهناك عدد من الدول، منها المملكة العربية السعودية، ما زالت تستخدم التقويم القمري المعدّل، لكن المصريين أتوا، منذ ٦٠٠٠ سنة مضت، بنظام أفضل. طريقتهم أسهل في تتبع مرور الأيام منتجين بذلك تقويماً بقي متزامناً مع الفصول الأربعة لعدة سنوات. فبدلاً من استخدام القمر لتتبع الوقت، استخدموا الشمس، كما تفعل العديد من الدول اليوم.

تألف التقويم المصري من ١٢ شهراً، مثله مثل التقويم القمري، لكن شهَره ثلاثون يوماً (لأن التنظيم مبني على القاعدة العشرية، وأسبوعهم عشرة أيام). تنتهي السنة في هذا التقويم بزيادة ٥ أيام ما يجعل مجموع أيامها ٣٦٥ يوماً. يُعتبر هذا التقويم سلف تقويمنا الحالي، وتبنى اليونان التقويم المصري، ومن ثم تبناه الرومان حيث عدّل بالسنوات الكبيسة، ومن ثم أصبح التقويم المعتمد في العالم الغربي. لا المصريين، ولا اليونان، ولا الرومان كان لديهم صفر، كذلك التقويم الغربي لم يكن لديه أي أصفار – خطأ غير مقصود يمكنه أن يسبب مشاكل في ألفية لاحقة.

اعتبر ابتكار المصريين للتقويم الشمسي تقدماً مفاجئاً في المعرفة، واضعين علامة من أهم علامات الابتكار في التاريخ: ابتكار فن الهندسة. أصبح المصريون، بسرعة، أسياداً في الرياضيات، حتى من دون الصفر. من جهة أخرى كان النيل يفيض سنوياً غامراً ضفتية ودلتاه. الأخبار الجيدة: الطوفان يغرق الحقول بالطمي جاعلاً من دلتاه أخصب الأراضي الزراعية في العالم القديم. أما الأخبار السيئة: الطوفان يهدم العديد من علامات الحدود، مزيلاً كل العلامات الأرضية التي يمكنها أن تُخبر الفلاحين أين

حدود قطع أرضهم ليزرعوها (كان المصريون جادّين في قضايا حقوق الملكية. في كتاب الموتى المصريين على الميت حديثاً أن يقسم للآلهة بأنه لم يغشَّ جاره بسرقة أرضه، ويعد هذا العمل ذنباً يعاقب عليه بإطعام قلبه لوحش بغيض اسمه «الملتهم». وأُعتبرت سرقة أرض جارك، في مصر، مهما كانت السرقة ضئيلة، إساءة مميته كالحنث بالقسم أو قتل شخص، أو الاستمناء في المعبد).

من هنا ولدت الهندسة، وتعلمها المسّاحون أو مادّو الحبل (أطلقت عليهم هذه التسمية لاستعمالهم أدوات في القياس وحبالاً معقودة مصممة لتعليم الزوايا القائمة ٩٠ درجة) لتحديد مساحات قطع الأرض بتقسيمها على شكل مستطيلات ومثلثات. بالإضافة إلى ذلك تعلم المصريون قياس أحجام الأشياء. ودرس الرياضيون اليونان الأوائل، مثل تالس (Thals)، وفيثاغوراس (Pythagoras)، الرياضيات في مصر. ولكن على الرغم من المهارة الهندسية لأعمال المصريين، إلاّ ان الصفر لم يكن موجوداً في مصر.

يعود ذلك، في جزء منه، إلى أن المصريين كانوا أصحاب نزعة عملانية. فهم لم يتقدموا إلى ما بعد قياس الأحجام وعد الأيام والساعات. ولم تُستخدم الرياضيات لأي شيء غير عملي، إلّا في تنجيمهم (astrology). نتيجة لهذا، لم يكن في استطاعة أفضل رياضييهم استخدام مبادىء الهندسة لأي شيء لا علاقة له بمشاكل العالم الواقعي – لم يأخذوا نظامهم الرياضي ويحولوه إلى نظام منطقي تجريدي، كما لم يكن لديهم نزعة لإقحام الرياضيات في فلسفتهم. اختلف اليونان عن المصريين في هذا الأمر، حيث زاوجوا ما بين التجريد والفلسفة دافعين بالرياضيات إلى ذروتها في الزمن

القديم. إلا أنه على الرغم من كل هذا لم يكن اليونان من اخترع الصفر. الصفر أتى من الشرق لا من الغرب.

ولادة الصفر

سيبقى اكتشاف الصفر في تاريخ الحضارة حاضراً كأحد أبرز انجازات البشر.

(توبيس دانزيغ: الرقم: لغة العلوم)

-TOBIAS DANZIG, *NUMBER: THE LANGUAGE OF SCIENCE*

فهم اليونان الرياضيات أكثر من المصريين، وما إن أجادوا براعة المصريين في الهندسة حتى تفوقوا على أساتذتهم المصريين.

في البدء تشابه نظام الأرقام اليوناني والنظام المصري، قاعدة عدِّهما عشرية، مع وجود فوارق ضئيلة جداً بين النظامين في طريقة كتابة أرقامهما. فبدل استخدام الصور لتمثيل الرقم، كما فعل المصريون، استخدم اليونانيون الأحرف. فحرف H (eta) (ايتا) يمثل الرقم ١٠٠ (hekaton)، وحرف M (مو) (mu) يمثل الرقم ١٠٠٠٠ (مريوري) (myriori) – مرياد (myriad) وهي أكبر مجموعة للأرقام في النظام اليوناني. وقد خصص اليونانيون رمزاً للرقم ٥، يشير إلى خلط النظام الخماسي مع النظام العشري، لكن، بشكل عام، فإن نظامي المصريين واليونانيين لكتابة الأرقام ظلا متشابهين إلى حد كبير فترة من الزمن. بعد ذلك قام اليونانيون بتعديل هذا النظام البدائي في كتابة الأرقام، وطوروا نظاماً معقداً، وهو أمر لم يفعله المصريون.

ظهر، منذ ٥٠٠ سنة ق. م، نظام يوناني جديد للكتابة، يمتلك حروفاً مميزة لـ ٢و ٣و ٣٠٠ وغيرها من الأرقام، فبدل استخدام عصوين لتمثيل الرقم ٢ أو ثلاثة من حرف H لتمثيل ٣٠٠، كما في النموذج المصري للعد (انظر الشكل رقم ١). تجنب اليونان عبر النظام الجديد تكرار الأحرف، فعلى سبيل المثال كتابة الرقم ٨٧ في النظام المصري استلزم ١٥ رمزاً: ٨ كعوب و٧ علامات أفقية، بينما في النظام اليوناني الجديد استلزم رمزين هما: π لتمثل ٨٠ و ζ (حرف z باليونانية) لتمثيل رقم ٧ (النظام الروماني الذي حل محل الأرقام اليونانية كان متخلفاً عن اليوناني، وأقل تعقيداً من النظام المصري، فقد استلزم الرقم ٨٧ كتابة ٧ رموز بالنظام الروماني مع العديد من التكرار (LXXXVII)).

على الرغم من كون نظام الأرقام اليوناني أكثر تعقيداً من النظام المصري، إلا أنه لم يكن الأكثر تطوراً في كتابة الأرقام في العالم القديم. حاز هذا الابتكار الشرقي على هذا العنوان «الأكثر تطوراً» ابتكاراً شرقياً آخر: النموذج البابلي للعد، ويعود الفضل لهذا النظام حيث ظهر، أخيراً، الصفر في الشرق، في منطقة الهلال الخصيب، العراق حالياً.

يبدو للوهلة الأولى أن النظام البابلي نظام خاطىء، لسبب وحيد مفاده أنه نظام «ستيني» (sexagesimal) – على قاعدة الرقم ٦٠، وهذا خيار يبدو غريباً، وبخاصة ان معظم المجتمعات البشرية اختارت قاعدتها الرقمية على أساس ٥ أو ١٠ أو ٢٠. بالإضافة إلى ذلك استخدم البابليون علامتان فقط لتمثيل أرقامهم: إسفين واحد لتمثيل رقم ١، وإسفينان لتمثيل رقم ١٠. أما النظام اليوناني فقد اعتمد على قاعدة الأحرف، والنظام المصري اعتمد على

الصور، في المقابل اعتمد النظام البابلي للعد على ترتيب مجموعات لهذه العلامات في كتل مجموعها ٥٩ كتلة، ولكن السمة الغريبة، حقاً، هي في النظام البابلي: عوضاً عن استخدام رمز مختلف لكل رقم، كما في النظامين اليوناني أو المصري، يمكن لكل رمز بابلي أن يمثل العديد من الأرقام المختلفة. على سبيل المثال: إسفين واحد يمكن ان يمثل الأرقام التالية ١ و٦٠ و٣٦٠٠، أو أرقام أخرى لا عدد لها.

يُعدُّ هذا النظام منطقياً جداً للشعوب القديمة، على الرغم من غرابته حالياً. ذلك أن العصر البرونزي (Bronze Age) مساو لعصر شيفرة الكومبيوتر. لقد اخترع البابليون، مثل العديد من الثقافات الأخرى، آلات لمساعدتهم في العد. أكثرها شهرة آلة «المعداد» (abacus)، التي تعتمد على أحجار منزلقة لتتبع الكميات، (كلمات اللغة الانكليزية المشتقة: يحسب (calculate)، وحساب (calculus)، وكالسيوم (calcium)، هي كلمات أتت، كلها، من الكلمة اللاتينية «حصاة» (calculus)). وتعرف آلة المعداد بأسماء مختلفة في العالم: سوروبان (soroban) في اليابان، سوان – بان (suan – pan) في الصين، سكوتي (schoty) في روسيا، كولبا (coulba) في تركيا، تشورب (choreb) في أميركا.

من السهل جمع الأرقام على «المعداد». وسهولة الجمع كسهولة تحريك حجر إلى أعلى أو أسفل، والحجارة في الأعمدة المختلفة تملك قيماً مختلفة. من خلال عملية ضرب الحجارة، وفق لموقعها، يمكن لمستخدم «المعداد» الماهر أن يجمع أرقاماً كبيرة بسرعة فائقة. كل ما على مستخدميها فعله، عند انتهاء الحساب، النظر إلى الموقع الأخير للحجارة وترجمته لرقم – عملية مباشرة.

النظام البابلي للأرقام يشبه «المعداد» وهو مكتوب رمزياً على لوح طيني. تمثل كل مجموعة رموز عدد معين من الحجارة التي حركت على «المعداد»، وكل تجميع له قيمة مختلفة اعتماداً على موقعها. من هنا لم يكن النظام البابلي مختلفاً كثيراً عن النظام الذي نستخدمه اليوم. كل إسفين Ý في الرقم ١١١ يمثل قيمة مختلفة، يبدأ اتجاه العد، تدريجياً، من اليمين إلى اليسار، «واحد»، «عشرة»، «مئة»، كما مُثّل، بشكل مشابه، Ý في «١» ÝÝÝ و«٦٠» و«٣٦٠٠» في ثلاثة مواقع مختلفة. وقد كان النظام البابلي يشبه «المعداد» لكنه واجه مشكلة واحدة: كيف يمكن للبابليين كتابة الرقم ٦٠؟ الرقم ١ سهل الكتابة: Ÿ. ولكن لسوء الحظ، كُتب الرقم ٦٠ على الشكل التالي Ÿ. الفارق الوحيد ان Ÿ يُكتب في الموقع الثاني ليمثل الرقم ٦٠، بدلاً من الموقع الأول. في «المعداد» من السهل معرفة أي رقم حيث من السهل تمييز الحجر الأول في العمود الأول عن الحجر الأول في العمود الثاني. أما في الكتابة فهذا الأمر غير ممكن. لم يكن لدى البابليين أي أسلوب يمكن من خلاله وضع علامة في أي عمود كُتب الرقم: Ÿ حيث يمكن ان يمثل ١، و٦٠، و٣٦٠٠. وقد ساءت الأمور عندما خلط البابليون الأرقام، فالرمز Ÿ Ÿ يمكن أن يعني: ٦١، أو ٣٦٠٠ أو ٣٦٠١ أو حتى قيم أكبر.

الحل في الصفر. بدأ البابليون، في حدود العام ٣٠٠ ق. م، باستخدام إسفينين مائلين ليمثلا فراغاً لأي عمود فارغ على «المعداد». بذلك، أصبح من السهل، مع هذا الشيء– حاجز مكان – معرفة إلى أي موقع ينتمي الرمز. كان Ÿ Ÿ يمثل ٦١ أو ٣٦٠١ وذلك ما قبل دخول الصفر، لكن مع دخوله أصبح يعني ٦١ وتكتب الـ ٣٦٠١ على الشكل التالي: Ÿ

Ÿ **(أنظر الشكل رقم ٢).** وبالتالي ولدَ الصفر من الحاجة لإعطاء أي سلسلة تتابعية من الأرقام البابلية معنى فريداً ودائماً.

بالرغم من منفعة الصفر، إلاّ انه مثل حاجز مكان فقط. أي مجرد رمز لمكان فارغ في «المعداد»، في عمود كل حجارته في الأسفل. لذلك لم يقم الصفر، بأكثر من تأكيد أن الأرقام تقع في موقعها الصحيح، ودون قيمة عددية له في ذاته. فالرقم ٠٠٠٠٠٢١٤٨ يعني، تماماً، الرقم ٢١٤٨. حيث إن الصفر في وتر من الأرقام يأخذ معناه من بعض الأرقام الأخرى التي تقع على يساره. الصفر بحد ذاته... يعني عدم **(لا شيء).** وإذاً الصفر عبارة عن رقم تحت ١٠ «ديجيتس» **(**digits**)**، وليس رقماً **(**number**)***، ولا قيمة له.

تأتي قيمة الرقم من موقعه في خط الأرقام – مقارنة موقعه مع بقية الأرقام، فمثلاً الرقم ٢ يأتي قبل الرقم ٣ وبعد الرقم ١، ولا معنى له إن لم يؤخذ وفق موقعه هذا. مع أن لعلامة ٠ موضعاً على بداية خط الأرقام إلاّ انه كان، في البداية، مجرد رمز لا مكان له في هرمية الأرقام. نتعامل، حالياً، وفي بعض الأوقات، مع الصفر، على أنه ليس برقم على الرغم من علمنا بأن لديه، بذاته، قيمة عددية، مستخدمين «الدجيت» ٠ «لحجز مكان» من دون وصله بالرقم ٠. للدلالة على هذا أنظر إلى هاتفك أو إلى أعلى لوحة مفاتيح الكومبيوتر تجد ان الـ٠ يأتي بعد الرقم ٩ وليس قبل الرقم ١ حيث يجب عليه أن يكون. ليس مهماً أين يقع «حاجز المكان»، يمكنه ان يكون في أي مكان في سلسلة الأرقام، لكن الجميع يعلمون، حالياً، أن الصفر لا يمكنه أن يكون في أي مكان على خط الأرقام، لأنه يملك قيمة عددية بذاته. إنه الرقم الذي يفصل الأعداد الموجبة عن الأعداد السالبة. كما إنه رقم وعدد

صحيح (integer) يسبق الرقم ١. لذا على الصفر أن يكون في مكانه الصحيح على خط الأرقام، قبل الرقم ١ وبعد ١ - ولا معنى له في أي موقع آخر. مع هذا يقع الصفر في نهاية لوحة مفاتيح الكومبيوتر وأزرار الهاتف لأننا، دائماً، نبدأ العد من رقم ١.

يبدو أن الرقم ١ يمثل المكان المناسب لبدء العد. بفعلنا هذا نجبر على وضع الصفر في مكانه غير الطبيعي. في حضارات أخرى، فشعب المايا (Mayan)، في المكسيك وأميركا الوسطى، يبدو بدء العد من رقم ١ عملاً غير منطقي. ولديه نظام أرقام – وتقويم – أكثر صوابية من البقية. لديهم نظام مكان – قيمة (place-value) «للدجيتس» والأماكن، مثل البابليين. الفارق الوحيد بينهما هو بدل أن تكون قاعدتهم الرقمية ٦٠، كما هي للبابليين، فإن قاعدتهم الرقمية عشرينية (vigesimal)، نظام ٢٠ لديه متبقيات النظام العشري (١٠) الأسبق. من هنا فإن شعب «المايا» مثلهم مثل البابليين بحاجة إلى الصفر لتتبع معنى كل «دجيت». ولجعل الأمور أكثر متعة هناك نموذجان من الدجيتس لدى شعب الماين. النموذج الأسهل اعتمد على نقاط على الأسطر، أما النموذج المُعقد فاعتمد على أوجه «الغروتسك» (grotesque faces)*. هذا وتبدو كتابة شعب «المايا» بأسلوب «الغورستيك» غريبة للعين الحالية (أنظر الشكل رقم ٣).

كذلك الأمر بالنسبة لتقويم شعب «الماين». كان تقويمهم ممتازاً، مثل المصريين، لأن عدَّهم اعتمد على الرقم ٢٠. قسم «الماين» سنتهم إلى ١٨ شهراً، وهذا أمر طبيعي، وكل شهر ٢٠ يوماً، ما مجموعه ٣٦٠ يوماً. في النهاية، يبقى من السنة فترة ٥ أيام تسمى «الأويب» (Uayeb) ما يجعل

مجموع أيام السنة ٣٦٥ يوماً. على الرغم من أن «المايين» لديهم صفر، وهنا لا يتشابهون مع المصريين، إلاّ أنهم، في نظام عدهم، قاموا بالأمر على الشكل التالي: بدأوا بترقيم الأيام من الرقم ٠. على سبيل المثال: اليوم الأول من الشهر «زيب» (Zip) سمي «المُنزل» أو «المَقعد» لـ«زيب». اليوم التالي هو ١ zip ، واليوم الذي يليه ٢ zip وهكذا دواليك، وصولاً إلى ١٩ zip . اليوم الذي يليه كان «المقعد» من «زوتوز» (zotoz)، ٠ zotoz يليه ١ zotoz وهكذا دواليك. وبهذا يكون كل شهر مؤلفاً من ٢٠ يوماً مرقمين من ٠ إلى ١٩، وليس من ١ إلى ٢٠، كما نفعل اليوم. لقد كان تقويمهم معقداً. وبالتوازي مع هذا التقويم الشمسي؛ فلديهم، كل ثلاثة عشر يوماً تقويم شعائري يتألف من عشرين أسبوعاً. ومع ضم التقويم الشمسي إليه شُكل «تقويم دائري» (calendar round)، كل يوم فيه له اسم مختلف على مدار ٢٥ سنة.

يعدُّ نظام «المايا» منطقياً أكثر من النظام الغربي، كون التقويم الغربي وجد بزمن لا صفر فيه، لذا لا نرى فيه يوم صفر، أو سنة صفر. حذفٌ يبدو لا قيمة له؛ لكنه تسبب في مشاكل كبيرة لاحقاً، فقد أضرم النار في جدل حول بداية الألفية. لم يكن «المايا» يتشارعون ما إذا كان عام ٢٠٠٠ أو ٢٠٠١ بداية القرن الـ٢١. لكن ليس «المايا» من صاغ تقويمنا، بل المصريون، ولاحقاً الرومان. لذا نحن عالقون في مشكلة تقويم خال من الصفر.

نقصان الصفر من الحضارة المصرية كان سيئاً للتقويم، وسيئاً لمستقبل الرياضيين الغربيين. وبالتالي فالحضارة المصرية، في الواقع، سيئة للرياضيات

بأكثر من طريقة. لم يكن غياب الصفر قد تسبب، فقط، بمشاكل مستقبلية، بل أيضاً كان للمصريين طريقة مرهقة، إلى حد ما، في التعامل مع الكسور. لم يفكروا بـ 3/4 كنسبة ٣ إلى ٤، كما نفعل اليوم، بل نظروا إليها على أنها مجموع ½ و ¼، باستثناء 2/3. كُتبت كل الكسور المصرية كمجموع أرقام بصيغة 1/n (n عدد معدود) - ما يعرف بـ «وحدة الكسر» سلاسل طويلة من وحدة الكسور جعلت التعامل مع النسب صعبة جداً في أنظمة الأرقام المصرية واليونانية.

أُهمل هذا النظام المرهق بوجود الصفر. أصبحت كتابة الكسر، مع الصفر في النظام البابلي، أمراً سهلاً. حيث استخدم البابليون الأرقام 0.5 للتعبير عن الكسر ½ و0.75 للكسر ¾ كما نستخدمه حالياً، (في الواقع ان نظام القاعدة الـ٦٠ عند البابلين ملائم أكثر من نظامنا العشري المستخدم اليوم لكتابة الكسور).

كره اليونانيون والرومان الصفر، ولسوء الحظ تمسكوا بترقيم الشبيهة بترقيم المصريين، ولم ينتقلوا إلى النظام البابلي على الرغم من سهولته. ولأن إجراء حسابات معقدة كالتي تحتاجها الجداول الفلكية اليونانية، مرهق جداً ولأن إجراء حسابات معقدة في النظام اليوناني عمل الرياضيون اليونان على نقل الكسور إلى النظام البابلي الـ٦٠ لإجراء الحسابات، ومن ثم نقلوا الإجابة إلى النموذج اليوناني. لو انتقلوا إلى النظام البابلي لما استهلكوا كل هذا الوقت في العمليات الحسابية (كلنا نعلم متعة تحويل الكسور والعودة إليها). لقد احتقر اليونانيون الصفر، رافضين قبوله في كتاباتهم على الرغم من معرفتهم بمدى نفعه. السبب: الصفر خطير.

الخواص المرعبة للعدم

عاش يامر (Ymir) في أوائل الزمن: لم يكن بحراً ولا يابسة ولا أمواجاً مالحة، ولم يكن هناك أرض ولا جنة في الأعلى ولكن كان فراغ وخضار في لا مكان.

(أشعار الايدا)

- THE ELDER EDDA

يصعب تخيل الخوف من رقم (٠) إذ ارتبط الصفر ارتباطاً وثيقاً بالفراغ – العدم، وهناك خوف أولي من الفراغ والفوضى، وخوف، أيضاً، من الصفر.

اعتقدت معظم الشعوب القديمة أن الفراغ والفوضى كانا حاضرين قبل تشكل الكون. واعتقد اليونان أن «الظلمة» (Darkness) كانت في البدء أم كل الأشياء، ومنها انبثقت الفوضى، ومنهما انبثق باقي الخلق. أما أسطورة الخلق العبرية فتقول: إن الأرض كانت في حال من الفوضى والفراغ قبل أن يمطرها الله بالنور ويُشكل ملامحها (يربط روبرت غريفس (Robert Graves) في العبارة العبرية (tohu v bohu) «بوهو ضد بوهو» يربط روبرت غريفس (Robert Grves) توهو بـ«توهوموت» (Tohomot)، تنين سامي كان موجوداً عند خلق الكون وأصبح جسده السماء والأرض. و«بوهو» يرتبط بـ«بوهومث» (Behomoth)، الوحش المشهور في الأسطورة العبرية)؛ بينما تخبرنا التقاليد الهندية القديمة عن خالق زبد زبد الفوضى على الأرض، كما تخبرنا أسطورة «نورس» (Norse) * عن فراغ مفتوح ومغطى بالجليد. من الفوضى التي تسبب بها اختلاط النار مع الجليد ولدَ «العملاق» (Giant)

الأولي. الفراغ والفوضى كانا الحالة البدائية وطبيعة الكون، كما كان هناك خوف، دائم، من أن الفوضى والفراغ سيحكمان، مرة أخرى، في نهاية الزمن، والصفر يمثل الفراغ.

ذهبَ الخوف من الصفر إلى أعمق بكثير من القلق من الفراغ. فلم يكن ممكناً، عند القدماء، تفسير الخواص الرياضية للصفر، وكانت خواصه مغطاة بالغموض كولادة الكون. هذا لأن الصفر مختلف عن بقية الأرقام. الصفر لا يشبه بقية الأرقام. في النظام البابلي لم يسمح له أن يكون قائماً بذاته – لسبب وجيه: عندما يكون الصفر وحيداً، دائماً، يسيء التصرف، فهو، كحد أدنى، لا يتصرف كبقية الأرقام.

اجمعْ رقماً مع نفسه يتغير الرقم ١ + ١ الناتج ليس ١، بل ٢. ٢+٢=٤، لكن ٠+٠=٠، أمر يخرق المبدأ الأساسي للأرقام، يسمى «بديهية أرخميدس» (axiom of Archimedes)، التي تنص على: إذا جمعتَ شيئاً مع نفسه مرات كافية سوف يتخطى أي رقم آخر في كبره (لقد صيغت «بديهية أرخميدس» في عبارات احتساب المساحات، ونُظر إلى الرقم كالفرق ما بين مساحتين مختلفتين). الصفر يرفض أن يكبر، كما يرفض أن يُكبِّر أي رقم آخر. إجمع الرقم ٢ مع ٠ النتيجة كما لو أنك لم تجمع الرقم من الأساس. الأمر عينه يحدث في الطرح. إطرح ٠ من ٢ النتيجة ٢. الصفر لا مادة له، وعلى الرغم من لا ماديته إلا أنه يهدد بوقف أسهل العمليات الرياضية، من مثل الضرب والقسمة.

يُمثل الضرب، في عالم الأرقام، حرفياً عملية مط. تخيل أن خط الأرقام حزمة مطاطية عليها علامات (انظر الشكل ٤). الضرب بـ٢ يمكن أن يُصور على أنه مط حزمة المطاط بمعامل ٢: العلامة التي كانت على الرقم ١

أصبحت على ٢، والتي كانت على ٣ أصبحت على ٦. الأمر عينه عند الضرب بنصف، وكأننا أرحنا الحزمة المطاطية قليلاً: العلامة التي كانت على ٢ أصبحت الآن على ١، والتي كانت على ٣ أصبحت على 1.5. لكن ما الذي يحدث عند الضرب بـ٠؟

أي شيء يضرب بـ٠ يكون ناتجه ٠، أي كل العلامات على الحزمة المطاطية سوف تصبح عند العلامة ٠. لقد تحطمت حزمة المطاط وانهار كل خط الأرقام.

ما من طريقة للدوران حول هذه الحقيقة غير السارة. فضرب ٠ بأي شيء يكون ناتجه ٠، إنها خاصية نظامنا الرقمي. ليكون للأرقام معنى، فإنه يجب على الأرقام اليومية امتلاك شيء يسمى «خاصية التوزيع» (distribution property). أفضل تفسير لهذه الخاصية المثال التالي: تخيّل متجر ألعاب يبيع كرات في مجموعات من اثنين، ومكعبات في مجموعة من ثلاث. متجر الألعاب المجاور يبيع رزمة مركبة من كرتين وثلاثة مكعبات تجد أن حقيبة من الكرات وحقيبة من المكعبات هي عينها الحزمة المركبة في المتجر المجاور. وشراء ٧ حقائب من الكرات و٧ حقائب من المكعبات من المتجر الأول عليها ان تساوي شراء ٧ حزم من المتجر المجاور. هذه هي «خاصية التوزيع». نقول بلغة الأرقام (3 + 2) x 7 = 3 x 7 + 2 x 7 النتيجة في كلا الحالين واحدة وصحيحة.

يحدث شيء غريب عند تطبيق هذه الخاصية على الصفر. نعلم أن 0 = 0 + 0، وعدد ضرب ٠ هو عينه كالضرب بـ(0 + 0). لنأخذ الرقم ٢ كمثال: (0 + 0) x 2 = 0 x 2، لكن مع «خاصية التوزيع» نعلم أن (0 + 0) 2 x 0

هي مثل $2 x 0 = 2 x 0$، لكن هذا يعني أن $2 x 0 = 2 x 0 + 2 x 0$ حيث لا تتغير هذه العملية إذا أضيفت $2 x 0$ إلى نفسها. وهذا يبدو وكأنه يشبه الصفر، وهو فعلاً كذلك. اطرح ٢ x من جانبي المعادلة تحصل على $2 x 0 = 0$. لذا مهما فعلت يبقى ناتج ٠ ضرب عدد هو ٠. هذا الرقم المثير للمشاكل يحطم خط الأرقام ليصبح نقطة. بمقدار الإزعاج الذي تسببه هذه الخاصية فإن القوة الحقيقية للصفر لا تظهر في عملية الضرب، بل تظهر، فقط في عملية القسمة.

إن عملية الضرب برقم ما تعني مط خط الأرقام، وعملية القسمة مثلها مثل عملية الضرب، ولكنها تختلف عنها كونها تعني تقلص خط الأرقام. اضرب برقم ٢، تمط خط الأرقام بمعدل ٢، واقسم على ٢ تُرح الحزمة المطاطية بمعدل٢، حيث تزيل هذه العملية تأثير الضرب: فالعلامة التي مطت مكانين على خط الأرقام، تعود عندما تُضرب بـ٢ إلى مركزها الأصلي عند قسمتها على ٢.

رأينا ما الذي يحدث عندما تضرب أي عدد بـ٠: يتحطم خط الأرقام. يجب أن تكون القسمة على ٠ عكس عملية الضرب بـ٠. عليها أن تزيل تدمير خط الأرقام، ولكن، لسوء الحظ، هذا الأمر لا يحدث.

شهدنا في المثال السابق $2 x 0 = 0$ ، وللتخلص من الضرب علينا افتراض أن $(2 x 0)/0$ سوف يعيدنا إلى الرقم ٢، وكذلك $(3 x 0)/0$ يعيدنا إلى الرقم ٣ ، و $(4 x 0)/0$ يعيدنا إلى الرقم ٤ ، ولكن، كما رأينا سابقاً، فإن $2 x 0$ و$3 x 0$ و$4 x 0$ كل واحدة منها تساوي ٠ ، لذا $(2 x 0)/0 = 0/0$ وكذلك الأمر بالنسبة لـ $(3 x 0)/0$ و$(4 x 0)/0$ وا حسرتاه! هذا يعني أن $0/0 = 2$ وأيضاً ٣ وأيضاً ٤. أمر لا معنى له.

هذا وتحدث أمور أخرى غريبة، أيضاً، وذلك عندما ننظر، بطريقة مختلفة، إلى 1/0 . بمعنى أن على عملية الضرب بـ ٠ إبطال القسمة على ٠، لذا فإن 0 x 1/0 يجب أن يساوي ١، لكننا رأينا أن أي شيء مضروب بـ٠ = ٠! ولا يوجد هكذا رقم، عندما نضربه بـ٠ ناتجه يكون ١. لم نقابل، حتى اليوم، أي رقم يمكنه كحد أدنى فعل هذا.

الأسوأ أنه إذا أردت القسمة على ٠ فقط، يمكنك أن تحطم كل أسس المنطق والرياضيات. وإذا استطعت القسمة على صفر مرة واحدة – مجرد مرة واحدة – تستطيع حينها أن تُثبت، رياضياً، أي شيء في الكون. يمكنك أن تُثبت أن 2 = 1 + 1، ومنها يمكنك أن تُثبت أن J.Edgar Hoover كان مخلوقاً فضائياً، وشكسبير أتى من أوزباكستان، وان السماء مرقطة (أنظر الملحق A لإثبات أن وينستون تشرشل كان جزرة).

الضرب بصفر يحطم خط الأرقام، كما تحطمه القسمة على ٠ ، ويحطم كلّ الأطر الرياضية.

هناك كثير من القوة في هذا الرقم البسيط، لقد أصبح أهم أداة رياضية، لكن بفضل الخواص الفلسفية والرياضية الغريبة للصفر، يمكنه التعارض مع أسس فلسفة الغرب.

الفصل الثاني
عدم يأتي من عدم
الغرب يرفض الصفر

لا يمكن خلق لا شيء من لا شيء

(في طبيعة الأشياء)

LUCRETIUS, *DE RERUM NATURA*

تعارض الصفر مع أحد العقائد المركزية في الفلسفة الغربية، مقولة تعود جذورها إلى فلسفة فيثاغوراس للرقم، التي أتت أهميتها من مفارقة الصفر، ومفادها: الكون اليوناني يستند إلى الدعامة فلا يوجد فراغ.

خلق كل من فيثاغوراس، وأرسطو، وبطليموس (Ptolemy) تخيلاً للكون اليوناني استمر إلى ما بعد أُفول الحضارة اليونانية. وفي الكون الُمتخيل على النموذج اليوناني، لا يوجد شيء يُعرف بالعدم، ولا يوجد صفر. لذلك، لم يكن في استطاعة الغرب تقبل الصفر لمدة تقارب الـ ٢٠٠٠ سنة. فكانت نتائج الرفض هذه رهيبة، حيث أعاق غياب الصفر نمو الرياضيات، وقيّدَ الإبداع العلمي، وأحدث، عرضياً، فوضى في التقويم. من هنا كان على الغرب تحطيم كونهم قبل قبول الصفر.

الأصل اليوناني لفلسفة الرقم

في البدء كانت النسبة، والنسبة كانت الله، وكانت النسبة الله[1]

- JOHN 1:1

لم يعلق المصريون، مبتدعو الهندسة، اهتماماً كبيراً على الرياضيات. فالرياضيات بالسبة إليهم أداة لاحتساب مرور الأيام، وللحصول على رسم لقُطع الأرض. في المقابل الأمر مختلف عند اليونانيين حيث لديهم موقف مختلف عن المصريين، تمثّل بعدم فصل اليونانيين ما بين الأرقام والفلسفة وجديين في هذا الأمر، إلى حد أنهم تخطوا الحدود عندما تتعلق المسألة بالأرقام.

خان "هيباسس" (Hippasus of Metapontum)* سر «الجماعة» فوقف على متن السفينة محاطاً بأعضائها مستعداً للموت. لقد كشف سراً مميتاً لطريقة تفكير اليونانيين. سرّ هدد بتدمير كل الفلسفة التي صارعت «الجماعة» لبنائها. لذلك حَكمَ عليه، فيثاغوراس العظيم، بنفسه، بالموت غرقاً. لقد كان القتل من أجل حماية فلسفتهم للرقم. لم تكن خطورة السر الذي كشفة هيباسس توازي خطورة الصفر.

كان فيثاغوراس قائد الجماعة، دون منافس. ولدَ، وفق معظم المصادر، في القرن السادس قبل الميلاد، في مدينة ساموس (Samos)، وهي جزيرة يونانية تقع على الشاطىء التركي، اشتهرت بمعبد «هيرا» (Hera) وبالنبيذ الجيد. كانت معتقدات فيثاغوراس غريبة؛ حتى بالنسبة لمعايير الخرافات

---

(١) كلمة (logos) في اللغة اليونانية تعني «نسبة» كما تعني «كلمة». وهذه الترجمة أكثر منطقية من الترجمة السابقة.

اليونانية القديمة، فقد اقتنع، وبشكل صارم، بأنه متقمص لروح إفوربس (Euphorbus)، بطل طرواده؛ الأمر الذي ساعده على الاقتناع بأن كل الأرواح – ضمناً الحيوانات – تنتقل إلى أجسام أخرى بعد الموت. لذلك كان نباتياً صارماً، كما كان يعتبر أن البقوليات محرمة لتوليدها الغازات في البطن، وأنها تشبه الأعضاء التناسلية.

ربما كان فيثاغوراس مفكر «العصر الجديد» قديماً، ولكنه بالإضافة إلى ذلك كان أكاديمياً مشهوراً، وأستاذاً كريزماتي الشخصية أيضاً. ويقال انه كتب دستوراً لليونانيين لكيفية العيش في إيطاليا. وقد تدفق عليه الطلاب، وأصبح لديه أتباع يريدون التعلم من السيد.

عاش الفيثاغوريون وفق أقوال قائدهم، ومن ضمن ما كانوا يعتقدون به أنه من الأفضل ممارسة الجنس مع النساء في الشتاء، لا في الصيف، وكل الأمراض سببها عسر الهضم، لذلك على الشخص أكل الطعام النيء وشرب الماء فقط، وتجنب لبس الصوف. إلاّ أن المعتقد الأهم، ضمن كل هذه المعتقدات في فلسفتهم، كان: كل شيء رقم.

ورث اليونانيون أرقامهم من هندسة المصريين، لذلك لم يكن في رياضياتهم تمييز واضح ما بين الأشكال والأرقام. فكان الرياضيون – الفلاسفة متشابهين إلى حد ما (حتى اليوم لدينا أرقام مربعة « square numbers»، وأرقام مثلثة «triangular numbers»، والفضل في هذا يعود لتأثرهم برقم (–) شكل) (أنظر الشكل رقم ٥). في تلك الأيام كان إثبات نظرية رياضية أمراً سهلاً كسهولة رسم صورة جميلة، ولم تكن أدوات اليوانيون القدماء الورقة والقلم، بل المسطرة المعدلة* والبوصلات. وقد

كانت العلاقة ما بين الأرقام والأشكال، عند فيثاغوارس، عميقة وغامضة، ولكل رقم (–) شكل معنى خفياً، وأجمل أشكال الأرقام كانت مقدسة.

الرمز الغامض لجماعة الفيثاغوريين، هو الرمز المخمس الأضلع، وهو عبارة عن نجمة ذات خمسة رؤوس، وهذا أمر طبيعي لمعتقدي رقم (–) شكل. بالرغم من بساطة هذا الرمز إلاّ انه في خطوطه المخمسة احتوى على لمحة حول اللامتناهي (infinity). ووصل زوايا المخمس الاضلع بخطوط تعطي شكل نجمة خماسية صغيرة، مقلوبة، نسبها مثل نسب النجمة الأساسية، كما تحتوي النجمة المولدة على مخمس أصغر يحتوي على نجمة أصغر وهكذا دواليك (أنظر الشكل رقم ٦). لم تكن متعة الفيثاغوريين في أهمية تكرار المخمس لنفسه، وحسب، بل كانت في ما هو مخفي في خطوط النجمة. فقد احتوت خطوط رقم(–) شكل، كرمز لهم، على وجهة نظرهم عن الكون أي: النسبة الذهبية (the golden ratio).

تأتي أهمية «النسبة الذهبية» من اكتشاف شبه منسي، لفيثاغوراس. يتعلم طلاب المدارس، حالياً، نظرية فيثاغوراس الشهيرة: مربع وتر المثلث قائم الزاوية يساوي مجموع مربع ضلعيه الآخرين. إنه خبر قديم معروف منذ أكثر من ١٠٠٠ سنة، من زمن فيثاغوراس. بينما يُذكر فيثاغورس، في اليونان القديمة، بسبب اختراع آخر: السُلم الموسيقي (musical scale).

ووفق الأسطورة: وفيما فيثاغوراس، في أحد الأيام، يلهو بـ«مونوكورد» (monochord)، آلة موسيقية ذات وتر واحد (أنظر الشكل ٧)، يحرك عليها، نزولاً وصعوداً، جسراً منزلقاً مغيراً النغمات (notes) الموسيقية التي يمكن أن تُعزف على الآلة؛ اكتشف سريعاً أن للأوتار سلوكاً محدداً، بل أكثر من

ذلك إمكانية التنبؤ بالسلوك. وعندما تنقر على الوتر من دون الجسر تحصل على نغمة واضحة، تُعرف بـ «الأساسية» (fundamental). وبوضع الجسر على «المونوكورد» بشكل ملامس للوتر تتغير النغمة المعزوفة عليه، وعند وضعه في منتصف الوتر تماماً، بحيث يلامس مركز الوتر، حينها يعزف كل نصف من الوتر النغمة عينها: نغمة أوكتاف (octave) أحدهما أعلى، تماماً، من النغمة «الأساسية» للوتر. ويمكن لإزاحة الجسر، قليلاً، أن تقسم الوتر إلى نسب مختلفة، قد يكون أحد جوانبه 3/5 الوتر والجانب الآخر 2/5، فلاحظ فيثاغوراس، في هذه الحالة، أن النقر على جزأي الوتر معاً يصدر نغمات تشكل «الخمس الكامل» (perfect fifth)، والذي يقال إنه، من الناحية الموسيقية، الأقوى والأكثر إثارة للعواطف والذكريات. كما تعطي النسب المختلفة نغمات مختلفة يمكن أن تهدىء المستمع أو تزعجه (على سبيل المثال «النغمات الثلاثية المتنافرة» (discordant triton) كانت تلقب بـ «شيطان في الموسيقا» ورفضها موسيقيو القرون الوسطى). بالإضافة إلى ذلك عندما وضع فيثاغوراس الجسر في مكان لا يقسم الوتر إلى نسب بسيطة لم تعط النغمة المعزوفة صوتاً واضحاً، بل أعطت صوتاً متنافراً، وفي بعض الأحيان أسوأ منه، وغالباً ما كانت تترنح النغمة، في هذه الحالة، كالسكير على السلم الموسيقي.

وقد كان عزف الموسيقى بالنسبة للفيثاغوريين بمثابة عمل رياضي. بمعنى أن تقسيم الوتر إلى قسمين، مثله مثل المربعات والمثلثات والخطوط، هو عبارة عن مسألة أشكال الأرقام ونسب عددين. من هنا فإن تناغم «المونكورد» عند الفيثاغوريين مثّلَ تناغم الرياضيات – وتناغم الكون. لقد

استنتج فيثاغوراس أن النسب لا تحكم الموسيقى فقط، بل كل أنماط الجمال أيضاً. لذلك فإن النسب والتناسب (ratios & proportions) يحكمان، عند الفيثاغوريين، جمال الموسيقى، والفيزياء، والرياضيات، وبالتالي كان فهم الطبيعة سهلاً بسهولة فهم رياضيات التناسب.

قادت هذه الفلسفة – التبادلية الداخلية (interchangeability) ما بين الموسيقى والرياضيات والطبيعة إلى النموذج (model) الأولي الفيثاغوري للكواكب، فقد حاجج فيثاغوراس أن الأرض تتمركز في مركز الكون، والشمس والقمر والكواكب والنجوم تدور حولها، كل مثّبت في كرته (sphere) (أنظر الشكل رقم ٨). ونسب أحجام هذه الكرات جميلة ومنتظمة، وبحركة الكواكب فيها تصدر الموسيقى. حركة أبعد الكواكب، المشتري وزحل، هي الأسرع وتصدر أعلى النغمات، وحركة أقربها، كالقمر، تصدر أدنى النغمات. وإذا أخذنا الكواكب كلها مع بعضها وفق فيثاغوراس، فإن الكواكب السيارة تصنع «تناغم الكرات» (harmony of the spheres) والسموات هي اوركسترا موسيقية جميلة. وهذا ما قصده فيثاغوراس عندما أصر على أن «كل شيء هو رقم».

ولأن النسب هي مفتاح فهم الطبيعة، صرف الفيثاغوريون، وفيما بعد رياضيو اليونان، مجهوداً كبيراً في البحث عن التناسب، مصنفين التناسبات (proportions) عرضياً في ١٠ مجموعات بأسماء مختلفة من مثل «معان متناغمة» (harmonic mean)، وأحد هذه المعاني يعطي «أجمل» رقم في العالم: النسبة الذهبية.

للوصول إلى هذا المعنى، المبارك، يُعمل على تقسيم الخط بطريقة معينة: يقسم الخط إلى قسمين تكون فيه نسبة القسم الأصغر للأكبر هي نفسها نسبة القسم الأكبر إلى كامل الخط (أنظر الملحق B). التعبير بالكلمات عن هذا الأمر يبدو غير مميز، لكن الأشكال المُشربة بهذه الفكرة تبدو أجمل الأشياء. حتى فنانو ومهندسو العمارة، اليوم، يعرفون حدسياً أن الأشياء التي لديها هذه النسبة من الطول والعرض هي الأكثر متعة من الناحية الجمالية، وهي النسبة التي تحكم التناسبات لأعمال فنية وهندسية معمارية متعددة. بالإضافة إلى ذلك فإن بعض المؤرخين والرياضيين يحاججون بأن النسبة الذهبية واضحة في كل منشأة من منشآت «البرثنون» (Parthenon)، المعبد اليوناني الساحر، كما يبدو أن الطبيعة لديها هذه النسبة في مخططات تصاميمها. قارن نسب حجم حجرتين متتاليتين لحيوان البَحار (nautilus)، حيوان من رأسيات الأرجل، أو نسب أخاديد الأناناس باتجاه عقارب الساعة والأخاديد المعاكسة لعقارب الساعة، سوف ترى في كل هذا أن النسب تقارب النسبة الذهبية (أنظر الشكل ٩).

أصبح خماسي الأضلع الرمز الأكثر قدسية «لأخوة فيثاغوراس» لأن خطوط النجمة مقسمة بهذه الطريقة المميزة – يطفح خماسي الأضلع بالنسبة الذهبية – وهذه النسبة لفيثاغوراس هي ملِكة الأرقام. وهي النسبة الذهبية المفضلة لدى الفنانين والطبيعة على حد سواء، ويبدو أنها أثبتت التأكيد الفيثاغوري أن الموسيقى، والجمال، والهندسة المعمارية، والطبيعة وبناء الأكوان متشابكة كلها وغير منفصلة. لقد حكمت النسب، في العقل الفيثاغوري، الكون، وما كان صحيحاً عند الفيثاغوريين أصبح صحيحاً لكل الغرب. لقد

أصبحت صلة الوصل، ما فوق الطبيعة (supernatural)، ما بين الجمال، والنسب والكون واحدة من العقائد المركزية، طويلة الأمد، في الحضارة الغربية. فقد تحدث العلماء، حتى عهد شكسبير، عن الدوران في مدارات بتناسبات مختلفة وناقشوا الموسيقى السماوية التي يتردد صداها في الأكوان.

ليس للصفر من مكان في إطار الفيثاغوريين. فقد جعل تكافوء الأرقام والأشكال من اليونانيين القدماء أسياداً في الهندسة، إلا أن عائقاً جدياً لديهم منع أي واحد منهم من معاملة الصفر كرقم. ما الشكل الذي يشكله الصفر؟

من السهل تخيل مربع بعرضين وطولين، لكن ما هو شكل المربع بعرض صفر وطول صفر؟ من الصعب تخيل شيء ما لا طول ولا عرض له – بلا مادة بتاتاً – أن يكون مربعاً. وهذا يعني أن الضرب بصفر لا معنى له أيضاً، وإذا كان ضرب عددين مساوياً لقياس مساحة مستطيل، فما هي مساحة مستطيل بطول صفر وعرض صفر؟

في أيامنا هذه يعبَّر عن أعظم المسائل غير القابلة للحل في الرياضيات بعبارات التخمينات «conjectures» وهي التي يعجز الرياضيون عن إثباتها، فيما أوحت أشكال الأرقام ، في اليونان القديمة، بأسلوب مختلف من التفكير. والمشاكل المشهورة غير القابلة للحل في حينها كانت هندسية: هل يمكن رسم مربع في مساحته الدائرة بالمسطرة المعدلة يساوي الفرجار؟ هل يمكن باستخدام هذه الأدوات تقسيم زاوية إلى ثلاثة أقسام (trisect an angle)؟ لقد كانت الأشكال والتراكيب الهندسية هي عينها، ولم يبدُ أن الصفر رقم يصنع أي معنى هندسي، لذلك وجب على اليونانيين تجديد

أسلوبهم بشكل كامل لضم الصفر إلى منظومتهم للتعامل مع الرياضيات فاختاروا ألا يقوموا بهذا.

وإذا كان الصفر رقماً بالمعنى اليوناني إلا أن استخدام النسبة مع صفر بدت تحدياً للطبيعة، وحينها لم يعد التناسب علاقة ما بين شيئين. وأن نسبة الصفر لأي شيء – الصفر مقسوم على رقم – تساوي، دائماً، صفر، حيث يستهلك الصفر الرقم الآخر بشكل كلي. ونسبة أي شيء إلى صفر – عدد مقسوم على صفر – يمكن أن يحطم المنطق. كما بإمكان الصفر أن يُحدث فجوة مُحكمة في نظام فيثاغوراس للكون ولهذا السبب لا يمكن تحمله.

حاول الفيثاغوريون، فعلياً، إسكات فكرة رياضية تثير المشاكل – اللانسبية (irrational) – وكانت أول تحد مفهومي لوجهة نظرهم، وحاول «الأخوة» إبقاءه سراً، ولكن عندما تسرب السر تحولت الجماعة إلى العنف.

خُبىء مفهوم الأعداد اللانسبية مثل القنبلة الموقوتة في الرياضيات اليونانية، والفضل في ذلك يعود إلى ازدواجية شكل الرقم، وإلى أن العدد اليوناني يساوي قياس الخط. من هنا فإن نسبة أي رقمين ليست أكثر من مقارنة بين خطين مختلفين في الطول. إلا أنه لإجراء أي قياس فإنك بحاجة إلى معيار (standard)، أو إلى عصا ياردية (yardstick: عصا مدرجة للقياس طولها ياردة واحدة) لمقارنة مقاس الخطوط. على سبيل المثال: تخيل خطاً بطول قدم تماماً، ضع عليه علامة، لنقل على بُعد 5.5 بوصة من أحد طرفيه قاسماً القدم إلى جزأين غير متساويين، في هذه الحالة تصور اليونانيون النسبة، بتقسيم الخط إلى قطع صغيرة مستخدمين، على سبيل المثال، معياراً أو عصا ياردية طولها نصف بوصة، حيث يحتوي جزء من الخط على ١١

قطعة من هذه القطع، والآخر يحتوي على ١٣ قطعة، وبذلك تكون نسبة الجزأين ١١ إلى ١٣.

ليكون كل شيء في الكون محكوماً برقم نسبي، كما أمل الفيثاغوريون، وليكون لكل شيء في الكون معنى عليه أن يرتبط بتناسب أنيق وجميل. لذلك عليه أن يكون رقماً نسبياً (rational) بالمعنى الحرفي. بتحديد أدق يجب أن تكتب هذه النسب بصيغة a/b حيث إن كلاً من a و b شكلان جميلان ورقمان معدودان محكمان من مثل ١، أو٢، أو ٤٧ ... (يحرص الرياضيون على ألا يُسمح لـ b أن تساوي ٠، لأن هذا يقود إلى القسمة على ٠ ونعلم أنه أمر تدميري). لا حاجة للقول إن الكون ليس فعلاً بهذا الانتظام، حيث بعض الأرقام لا يمكن التعبير عنها كنسبة بسيطة بصيغة a/b. هذه الأرقام اللا نسبية هي نتيجة منطقية لا يمكن أن يتجنبها الرياضيون اليونان.

يُعتبر المربع أحد أبسط الأشكال الهندسية، وقد بجله الفيثاغوريون بشكل باهت (له أربعة أضلع أمر ينسجم مع العناصر الأربعة كرمز لكمال الأرقام)، واللا نسبية الرقمية محتضنة في بساطته... إذا رسمنا قُطر (diagonal) – خط من أحد زوايا المربع إلى الزاوية المقابلة لها – تظهر اللا نسبية الرقمية. مثال عملي: تخيل مربعاً طول ضلعه قدم. ارسم قطراً، هنا سينظر مهووسو النسب الرقمية، من أمثال اليونانيين، إلى ضلع المربع والقطر ويسألون أنفسهم: ما هي نسبة الخطين؟

الخطوة الأولى في الإجابة عن السؤال مجدداً إيجاد عصا ياردية، ربما تكون مسطرة صغيرة بطول بوصة واحدة، والخطوة الثانية استخدام العصا الياردية لتقسيم الخطين إلى أجزاء متساوية. مع عصا ياردية بطول نصف

بوصة يمكن تقسيم ضلع المربع إلى ٢٤ جزءاً، وكل جزء منه بطول نصف بوصة. ما الذي يحدث عند قياس القطر؟ باستخدام العصا الياردية نفسها نجد أن القطر... ٣٤ جزءاً تقريباً، ولكنه غير مساو تماما لها، والـ ٣٤ جزأ أقصر بقليل من الـ٣٤ جزأ حيث نلحظ أن طول مسطرة النصف بوصة خارج زاوية المربع بقليل. ويمكننا أن نقوم بعمل أفضل للقياس. دعنا نقسم الخط إلى ٧ أجزاء أصغر مستخدمين مسطرة بطول 1/6 بوصة. هنا يقسم ضلع المربع إلى ٧٢ جزءاً والقطر يقسم إلى أكثر من ١٠١ جزء، ولكن أقل من ١٠٢ جزء. نجد مجدداً أن المقاس غير كامل تماماً. ما الذي يحدث عندما نحاول القياس مع أجزاء أصغر، بحدود جزء من مليون من البوصة؟ يصبح ضلع المربع ١٢ مليون جزء، والقطر أقل بقليل من ١٦٩٧٠٥٦٣ جزء. مجدداً مسطرتنا لا تتلاءم تماماً مع الخطين. بغض النظر عن المسطرة التي نستخدمها فإن قياسنا لن يكون صحيحاً.

في الواقع، مهما صُغر الجزء، فإنه يستحيل اختيار عصا ياردية مناسبة يمكنها قياس الضلع والقطر بشكل كامل: القطر غير قابل للقياس مع الضلع. لذلك يستحيل التعبير بنسبة عن الخطين من دون عصا ياردية مشتركة. ممّا يعني أن المربع بقياس ١ لا يمكن اختيار أرقام عددية له من مثل a و b حيث يمكن لقطر المربع أن يُعبر عنه بـ a/b. بتعبير آخر قطر هذا المربع لا نسبي – وأدركنا اليوم أن هذا الرقم هو جذر رقم ٢.

وهذا يعني المشاكل بالنسبة لعقيدة الفيثاغوريين. فكيف للطبيعة أن تكون محكومة بالنسب والتناسب ويمكن لشيء بسيط، مثل المربع، أن يدحض لغة النسب؟ كان من الصعب عليهم تصديق هذه الفكرة، فهي

فكرة غير قابلة للجدل – نتيجة لأحد القوانين الرياضية التي تمسكوا بها بقوة – حيث كان قطر المربع أحد أول البراهين الرياضية في التاريخ حول عدم المقدرة على القياس / لانسبة.

مثلّت الأرقام اللانسبية خطراً على فيثاغوراس، وهددت قاعدته لـ «كون-نسبة» (ratio-universe). فاكتشف فوراً أن النسبة الذهبية، رمز الفيثاغوريين الأقصى للجمال والنسب، وهو عدد غير نسبي، ما أضاف الملح على الجرح. وللحفاظ على العقيدة الفيثاغورية من هذه الأرقام المثيرة للمشاكل احتفظ بسر اللانسبة، وكمت أفواه الأخوة الفيثاغورية ولم يسمح لأحد منهم بتدوين أي ملاحظة – وأصبح جذر رقم ٢، غير المقاس، أعمق وأخطر سرّ في النظام الفيثاغوري.

لا تشبه الأرقام اللانسبية الصفر، ولا يمكن لليونانيين تجاهلها بسهولة، فاللانسبية وجدت، ويمكن أن توجد مجدداً، في كل أنماط المنشآت الهندسية، لذلك من الصعب إخفاء سر اللانسبية عن المهووسين بالهندسة والنسب. سر لا بد أن يفشيه شخص ما في أحد الأيام، وهذا الشخص هو هيباسوس، رياضي وعضو في أخوة فيثاغوراس. وقد قاده السر إلى مصير مشؤوم.

تحتوي الأساطير الغامضة حول مصير هيباسوس على العديد من القصص المتناقضة. وحتى يومنا هذا يتحدث الرياضيون عن الرجل المشؤوم الذي أفشى سر اللانسبية للعالم. بعض الأساطير تقول إن الفيثاغوريين تقاذفوا هيباسوس على متن المركب ومن ثم أغرقوه، معتبرين أن هذا عقاب عادل لتدميره نظرية جميلة بحقائق قاسية. كما تتحدث المصادر القديمة حول موته في البحر لأنه كان شخصاً عاقاً، أو تتحدث حول نفيه

وتشييد قبر له لإخراجه من عالم الإنسان، وإن كان حياً. مهما كان المصير الفعلي لهيباسوس فإن هناك القليل من الشك حول أن الأخوة لم تلعنه.

أحدث إفشاء السر هزة عميقة في أسس العقيدة الفيثاغورية، لكن باعتبار أن اللانسبية مسألة شاذة استطاع الفيثاغوريون إبقاءها بعيدة عن تلويث فكرتهم عن الكون. مع الوقت اعترف اليونانيون، على مضض، باللانسبية في عالم الأرقام. واللانسبية لم تقتل فيثاغوراس، بل الحبوب قتلته.

غموض الأساطير حول مقتل هيباسوس، مثلها كان الأمر بالنسبة للأساطير التي تتحدث عن نهاية فيثاغوراس. على الرغم من تعددها وغموضها إلاّ أنّ جميعها يُشير إلى أن السيد توفي بطريقة غامضة، فبعضها يقول إن فيثاغوراس جوّعَ نفسه حتى الموت، وهناك العديد من نسخ الأساطير تقول إن الحبوب هي التي قضت عليه. وتقول نسخ أخرى من تلك الأساطير: إن أعداءه (وهم الأشخاص الغاضبون لعدم اعتبارهم أنهم يستحقون الحضور بحضور فيثاغوراس) أضرموا النيران في منزله، فهرب أعضاء الأخوة في كل الاتجاهات محاولين النجاة بأنفسهم، وذبحتهم الجماهير واحداً تلو الآخر، ودُمرت الأخوة. هرب فيثاغوراس خلال هذه الحادثة، وربما استطاع النجاة لو لم يدخل حقل حبوب، ولكن فيثاغوراس توقف في الحقل معلناً أنه يفضل الموت على قطع الحقل، ففرح مطاردوه بهذا وذبحوه.

على الرغم من تدمير الأخوّة وتشتيتها وموت القائد، إلاّ أنّ جوهر تعاليم الفيثاغوريين بقي حياً. وأصبحت الفيثاغورية قاعدة أكثر الفلسفات تأثيراً في الغرب – وعاشت العقيدة الأرسطية (Aristotelian doctrine) لألفي سنة. وكان للصفر أن يتصادم مع هذه العقيدة، ولكن ليس مثل

اللانسبية لذلك أُهمل الصفر. ومّما سهّل الأمور ازدواجية رقم – شكل في الأرقام اليونانية ، فالصفر لا شكل له، لذلك لا يمكنه أن يكون رقماً.

على الرغم من كل ذلك لم يكن نظام الأرقام اليوناني مَن مَنع قبول الصفر – وليس نقص المعرفة أيضاً. لقد تعلم اليونانيون بعض الأمور حول الصفر بسبب هوسهم بسماء الليل. مثلهم مثلُ معظم الشعوب القديمة من محدقي النجوم، لكن البابليين هم أول أسياد في علم الفلك، وتعلموا التنبؤ بالكسوف والخسوف. وقد تعلم طاليس (Thales)، أول فلكي يوناني، من البابليين أو ربما من المصريين، كيفية حساب هذه الظاهرة ، ويقال إنه، في العام ٥٨٥ ق. م، تنبأ بكسوف الشمس.

دخل نظام الأرقام الستيني البابلي إلى اليونان لغايات فلكية، وتبنوا الأرقام البابلية للغاية نفسها، فقسّم اليونانيون الساعة إلى ٦٠ دقيقة، والدقيقة إلى ٦٠ ثانية، وقد بدأ الصفر بالظهور في الكتابة البابلية في العام ٥٠٠ ق. م، وذلك عند لحظ أن الصفر يشكل «حاجز مكان». ومن الطبيعي أن ينتشر هذا الأمر ضمن الجماعة الفلكية اليونانية، فاستخدمت الجداول الفلكية اليونانية الصفر بشكل منتظم، ورمزه 0 حرف أبجدي يوناني صغير (lowercase omicron) ويبدو كثير الشبه بشكل صفر الوقت الراهن، أو قد يكون مصادفة أنه يشبه صفرنا (ربما أتى صفرنا الحالي من استخدام الحرف الأبجدي اليوناني من أول حرف أبجدي في الكلمة اليونانية ouden وتعني العدم). لم يحب اليونانيون الصفر أبداً، وحاولوا عدم استخدامه قدر المستطاع، لذلك عمل الفلكيون اليونان على إجراء حساباتهم بالرموز البابلية، وبعد الانتهاء منها حولوا النتائج إلى الأرقام

اليونانية – من دون صفر. لم يدخل الصفر إلى الأرقام الغربية القديمة، لذلك ليس من المستغرب أن تكون الأحرف الأبجدية اليونانية هي أم صفرنا. عرف اليونانيون منفعة الصفر في حساباتهم ومع هذا رفضوه.

من هنا يمكن القول إن الجهل قاد اليونانيين لرفض الصفر فلسفياً، وليس نظام رقم – شكل اليوناني المقيد. لقد تعارض الصفر مع المعتقدات الفلسفية الأساسية في الغرب، كون الصفر في داخله يحتوي على فكرتين ساميتن للعقيدة الغربية، يمكنهما أن يدمرا فلسفة أرسطو بعد طول فترة حكمها، هاتان الفكرتان هما: الفراغ واللانهاية .

اللا متناهي والفراغ والغرب

يلاحظ علماء الطبيعة برغوثة

هل تفترس البراغيث الأصغر

وهل الأصغر تعضهم

ويستمر الأمر إلى اللانهاية

(في الشعر: افتتان)

- JONATHAN SWIFT, "ON POETRY: A RHAPSODY"

امتلكت اللانهاية والفراغ قوة أخافت اليونانيين. وهددت اللانهاية بجعل الحركة مستحيلة، وهدد الفراغ بتحطيم قشرة لب الكون إلى آلاف الشظايا. وبرفض الفلاسفة اليونانيين الصفر منحوا الاستمرارية لوجهة نظرهم إلى الكون لتعيش لألفي سنة.

أصبحت العقيدة الفيثاغورية مركز الفلسفة الغربية: كل الكون محكوم بالنسب والأشكال، فقد تحركت الكواكب في مجالات متساوية صانعة الموسيقى بدورانها. لكن ماذا يوجد ما بعد هذه المجالات؟ وهل هناك المزيد والمزيد منها، وكل منها أكبر من مجاورها؟ أو هل المجال الأخير نهاية الكون؟ أصر الأرسطيون، والفلاسفة اللاحقون، على لا إمكانية وجود عدد لا متناه من المجالات، ومع تبني هذه الفلسفة لم يكن هناك في الغرب متسع للامتناهي أو اللانهاية ، لقد رفضوا الأمر برمته. إلاّ أن اللانهاية بدأت بقضم جذور الفكر الغربي والفضل في ذلك يعود إلى زينون الإيلي (Zeno of Elea)، فيلسوف اعتبره معاصروه أنه أكثر الأشخاص إزعاجاً في الغرب.

ولد زينون الإيلي، تقريباً، في عام ٤٩٠ ق. م، في بداية الحروب الفارسية (Persian wars) – والنزاع كبير بين الشرق والغرب. ويمكن لليونانيين فيه أن يهزموا الفارسيين، لكن الفلسفة اليونانية لا يمكنها هزيمة زينون – فقد كان لديه مفارقة، لغز منطقي يبدو أنه صعبت معالجته بمنطق الفلاسفة اليونانيين، وكان من أكثر الجدالات إثارة للمشاكل في اليونان: لقد أثبت زينون المستحيل.

ووفق زينون لا شيء في الكون يمكنه أن يتحرك. بالتأكيد هذه عبارة سخيفة، ويمكن لأي شخص دحضها بالسير في الغرفة. لكن أحداً لم يستطع أحد يجد خطأً في محاججة زينون الإيلي على الرغم من أن الجميع عرف أن جملته خاطئة. لقد أتى بمفارقة. لغز منطق زينون الإيلي أربك الفلاسفة اليونايين – وكذلك من أتى بعدهم. أحجية زينون الإيلي أزعجت الرياضيين لألفي سنة تقريباً.

أثبت زينون الإيلي في لغزه الأكثر شهرة، «آخيل» (The Achilles)، أن آخيل السريع لا يمكنه أن يلحق بالسُّلحفاة الثقيلة الحركة التي انطلقت قبله. ولجعل الأمور أكثر قوة لنضع أرقاماً في المشكلة: تخيل آخيل يركض بسرعة قدم في الثانية، والسُّلحفاة تركض بنصف هذه السرعة، وقد انطلقت لمسافة قدم قبل انطلاق آخيل.

انطلق آخيل وخلال ثانية وصل إلى حيث كانت السُّلحفاة، لكن مع وصوله إلى حيث كانت السُّلحفاة، فإن السُّلحفاة تركض أيضاً، وتتقدم عليه بنصف قدم. آخيل أسرع من السُّلحفاة بنصف ثانية، لذلك يقطع النصف قدم. لكن السلحفاة تتقدم مجدداً وهذه المرة بربع قدم. قطع آخيل المسافة بسرعة – ربع ثانية، لكن السلحفاة الثقيلة الحركة تتقدم في الوقت، ربع ثانية، ثُمن قدم. يركض آخيل ويركض، والسُّلحفاة تذهب بسرعة أمامه في كل مرة، بغض النظر عن مدى اقترابه منها، إلاّ أنه في الوقت الذي يصل به إلى نقطة تواجد السلحفاة فإنها تكون قد تقدمت عليه بمسافة ثُمن قدم... 1/60 قدم... ومسافة أصغر وأصغر لا يلحق بها آخيل. إذن، السُّلحفاة دائماً أمامه (أنظر الشكل ١٠).

يعلم الجميع أن آخيل، في العالم الواقعي، يمكنه تخطي السُّلحفاة بسرعة، إلاّ ان حجة زينون الإيلي بدت انها تثبت ان آخيل لن يلحق بها أبداً. لم يستطع فلاسفة وقته أن يدحضوا المفارقة، على الرغم من أنهم كانوا يعلمون ان النتيجة خاطئة، لكنهم لم يجدوا خللاً في اثباته الرياضي. كان المنطق السلاح الأساسي للفلاسفة، وبدا الاستدلال المنطقي (logical deduction) عديم النفع مقابل حجته. كل خطوة على الطريق بدت مُحكمة، وما دامت كل الخطوات صحيحة فكيف للنتيجة أن تكون خاطئة.

أُربك اليونانيون بالمشكلة، ووجدوا مصدرها: اللانهاية. اللانهاية تقبع في قلب مفارقة زينون الإيلي: لقد أخذ زينون الإيلي الحركة المستمرة وقسمها على عدد لانهائي من الخطوات الصغيرة. بسبب وجود عدد لانهائي من الخطوات ظن اليونانيون أن السباق، مهما صغرت الخطوات، سوف يستمر ويستمر إلى الأبد، ولن ينتهي السباق أبداً في وقت نهائي (محدد) (finite) – أو ظنوا هذا. لم يكن لدى القدماء الأدوات للتعامل مع اللانهاية، لكن الرياضيين الحاليين تعلموا التعامل معها. على اللانهاية أن تقارب بحرص كبير ولكن يمكن التحكم بها بمساعدة الصفر. ولم يعد صعباً علينا، بعد تسلحنا بـ ٢٤٠٠ سنة من الرياضيات الإضافية، أن نعود ونجد كعب آخيل.

لم يكن لدى اليونانيين الصفر، ولكنه لدينا اليوم، وهو مفتاح حل لغز زينون الإيلي. في بعض الأحيان يمكن جمع عبارات لانهائية لنحصل على نتيجة نهائية – وللقيام بهذا العمل؛ على العبارات المجمّعة مع بعضها ان تقترب من الصفر (هذا أمر ضروري لكنه ليس بشرط كاف، لأن العبارات المجمعة المقتربة إلى الصفر ببطء، لا يدور مجموعها، في ذلك الحين، حول (converge) رقم نهائي)، وها هي الحال مع آخيل والسُّلحفاة. عندما تجمع المسافة التي ركضها آخيل تبدأ بالرقم ١، ومن ثم تجمع ½ ومن ثم ¼ ومن ثم 1/8 وهكذا دواليك، ومع صغر العبارة تقترب أكثر فأكثر إلى الصفر، وكل عبارة تشبه خطوة الصفر في رحلة مصيرها. لكن بما أن اليونانيين قد رفضوا الصفر، فلم يكن باستطاعتهم فهم أن لهذه الرحلة نهاية. بالنسبة لهم الأرقام ١ و1/2 و1/4 و 1/8 و 1/16 ... لا تقترب من أي شيء وبالتالي فإن المصير غير موجود. بدلاً من هذا رأى اليونانيون، بكل بساطة، أن العبارات تصغر وتصغر وتنعطف باتجاه خارج عالم الأرقام.

يعرف الرياضيون الحاليون أن لهذه العبارات حداً **(**limit**):** فالأرقام 1, ½, ¼, 1/8, 1/16 وهكذا دواليك، تقترب من الصفر كحد لها**.** وأن للرحلة مصيراً، وبما أن لها مصيراً فمن السهل السؤال كم يبعد هذا المصير؟ وما مسافة الوصول إليه؟ ليس من الصعب بالطريقة نفسها جمع المسافات التي ركضها آخيل**:** $1 + ½ + ¼ + 1/8 + 1/16 + … 1/2^n + … $ فالخطوات التي يأخذها آخيل تصبح أصغر وأصغر وتقترب أكثر وأكثر من الصفر، ومجموع هذه الخطوات يقترب من الرقم ٢**.** كيف نعلم هذا؟ حسناً لنبدأ من رقم ٢ ونطرح العبارات من المجموع، واحدة واحدة**.** نبدأ بـ ٢**-**١ النتيجة بالتأكيد 1، ومن ثم ننتقل إلى العبارة التالية**:** نطرح ¼، وندع ¼ خلفنا، ونطرح 1/8 وندع 1/8 خلفنا، ها نحن نعود إلى تسلسلنا المألوف**.** ونحن نعلم أن 1, ½, ¼, 1/8 وهكذا دواليك لها حد الصفر، بطرحنا العبارات من الرقم ٢ لا يبقى لدينا شيء**.** حد **(**limit**)** مجموع 1 + ½ + ¼ + 1/8 + 1/16 +… هو ٢ **(**أنظر الشكل رقم ١١**).** من هنا فإن آخيل يركض قدمان ليلحق بالسُّلحفاة وإن ركض عدداً لامتناهياً من الخطوات ليفعلها**.** والأفضل من هذا هو النظر إلى الوقت الذي يحتاجه لتجاوزها**:** 1 + ½ + ¼ + 1/8 + 1/16 + … -2 ثوان، وبهذا يتبين أنه لم يقم بعدد لا محدود من الخطوات لقطع مسافة محدودة بل استلزمه هذا ثانيتان أيضاً**.**

لم يكن في استطاعة اليونانيين القيام بهذه الحيلة الرياضية حيث لم يكن لديهم مفهوم الحد **(**limit**)** لأنهم لم يعتقدوا بالصفر**.** العبارات في سلسلة اللانهاية لا حد لها ولا مصير، ويبدو أنها تصبح أصغر وأصغر من دون أية نهاية في الأفق**.** نتيجة لهذا لم يستطع اليونانيون التعامل مع اللانهاية؛**.** ففكروا بمفهوم الفراغ؛ ولكنهم

لعبوا بمفهوم الصفر كرقم، ولعبوا بمفهوم اللانهاية ورفضوا الصفر كرقم، ورفضوا السماح – للأرقام الصغيرة اللانهاية والكبيرة اللانهاية – بالاقتراب من عالم الأرقام، واعتبر هذا فشلهم الأكبر في الرياضيات والسبب الوحيد الذي منعهم من اكتشاف حساب التفاضل والتكامل (calculus).

اللانهاية، والصفر ومفهوم الحدود (limits) جميعها مرتبطة مع بعضها في حزمة واحدة، ولم يستطع الفلاسفة اليونانيون توحيد هذه الحزمة، لذلك لم يكونوا مجهزين، جيداً، لحل لغز زينون الإيلي فقد كانت مفارقته قوية جداً، وحاول اليونانيون، جاهدين، تفسير لا نهاياته، إلاّ أن محاولاتهم حُكم عليها بالفشل لعدم تزودهم بالمفاهيم المناسبة.

لم يكن لدى زينون الإيلي الحل المناسب للمفارقة التي وضعها، ولم يبحث عن حل لها، لأنها تتناسب مع فلسفته بشكل كامل. لقد كان عضواً في المدرسة الإيلية الفكرية (Eleatic school of thought)، ومؤسسها بارمنيدس (Parmenides)، الذي اعتقد أن الطبيعة الأساسية للكون لا تتغير وغير متحركة، ويبدو أن لغز آخيل دعم حجة بارمنيدس: في إظهار أن الحركة والتغير هما مفارقة، وأخذ يأمل بإقناع الناس بأن كل شيء واحد – وغير متغير. لقد اعتقد زينون الإيلي بأن الحركة مستحيلة مفارقتها هي الداعم الأساسي لهذه النظرية.

وجدت مدارس فكرية أخرى، على سبيل المثال مدرسة الذريين (the atomista) التي اعتقد أتباعها ان الكون مصنوع من أجزاء صغيرة تسمى الذرات، وهي غير مرئية وأبدية، والحركة بالنسبة لهم كانت حركة هذه الأجزاء الصغيرة. ولتتحرك هذه الذرات يجب أن يكون هناك فضاء فارغ

لتتحرك فيه، وعليها أن تتحرك بطريقة ما، لذلك إن لم يكن هناك أي شيء كالفراغ فإن الذرات سوف تُضغط، بشكل ثابت، حول بعضها وسوف يُحشر كل شيء في موقع واحد إلى الأبد ويكون غير قادر على الحركة. من هنا توجب في النظرية الذرية ملءُ الكون بالفراغ – فراغ لامتناهٍ. احتضن الذريون مفهوم الفراغ اللامتناهي – ربط الصفر واللامتناهي في حزمة واحدة، وهذا كان نتيجة صادمة، ولكن الحبات غير المرئية للمادة، في النظرية الذرية، استوعبت مشكلة مفارقة زينون الإيلي؛ لأن الذرات غير مرئية، وهناك نقطة خلف الأشياء التي لا يمكن تقسيمها. على الرغم من كل هذا لم يذهب مفارقة زينون الإيلي إلى الإعلان عن اللامتناهي. لن يستطيع آخيل، بعد عدد من الخطوات، أن يقوم بخطوات أصغر لا يمكنها أن تكون أصغر، لأن عليه تخطي عقبة الذرة، وهي العقبة التي لا تواجهها السُّلحفاة، وسوف يلحق آخيل، أخيراً، بالسُّلحفاة الصعبة المنال.

تنافست فلسفةٌ أخرى مع الفلسفة الذرية، وبدلاً من طرح هكذا مفاهيم غريبة قلبت الكون إلى قشرة جوز مريحة (cozy nutshell) مثل الفراغ واللامتناهي. إذ لم يكن هناك لامتناه ولا فراغ – بل كرات جميلة تحيط بالأرض، والأرض وضعت، طبيعياً، في مركز الكون. وهذا هو النظام الأرسطي الذي صقله الفلكي الاسكندراني بطليموس (Ptolemy) لاحقاً، وأصبح رفض الصغر واللامتناهي الفلسفة المسيطرة في العالم الغربي، وأبعد تفسير أرسطو مفارقة زينون الإيلي.

أعلن أرسطو (Aristotle)، ببساطة، أن الرياضيين «ليسوا بحاجة إلى اللانهاية أو حتى استخدامها»، وعلى الرغم من «إمكانية» وجود

اللامتناهيات في عقول الرياضيين – من مثل مفهوم تقسيم الخطوط إلى قطع لا متناهية، إلاّ ان لا أحد يمكنه فعل هذا فعلياً، لذلك فإن اللانهاية غير موجودة في الواقع. وبالتالي، وفق أرسطو، يركض آخيل متخطياً السُّلحفاة بسلاسة لأن نقط اللانهاية ، بكل بساطة، تلفيقات من خيال زينون، بدلاً من أن تكون بنية عالم واقعي. لقد أزاح ارسطو اللانهاية بعيداً بقوله إنها ببساطة بناء في عقل الإنسان.

انطلاقاً من هذا المفهوم أتى الوحي المذهل، معتمداً على كون الفيثاغوريين، وأكوان الأرسطيين (في ما بعد نقحه الفلكي بطليموس)؛ حيث الكواكب تسير في مدارات بلورية، وعلى اعتبار عدم وجود لا نهاية، فإنه لا وجود لعدد لامتناه من الدوائر، بل يجب أن يكون هناك دائرة أخيرة. وهذه الدائرة الأخيرة كرة سماء منتصف الليل الزرقاء، مغطاة بنقاط مشعة صغيرة – النجوم. ولم يكن هناك شيء «خلف» الدائرة الأخيرة، فالكون ينتهي بالطبقة الأخيرة بشكل مفاجىء، والكون هو محتوى في قشرة جوز مغلقة، بشكل مريح بكرة النجوم الثابتة، والكون محدد بامتداده، وكله مملوء بالمادة. فليس هناك لا نهاية، ولا فراغ. ولا نهاية تعني لا وجود الصفر.

لكن خط هذا المنطق له نتيجة أخرى؛ ولهذا صمدت فلسفة أرسطو سنوات طويلة وهي أن نظامه أثبت وجود الله.

تغزل الدوائر السماوية ببطء في مكانها، صانعة موسيقى تغمر الكون، ولكن هناك شيء ما يجب أن يسبب هذه الحركة. لا يمكن للأرض المركزية، كون موقعها في مركز الكون، أن تكون مصدر قوة هذه الحركة، فالكرة الداخلية يجب أن تُحرك بواسطة الكرة التي تليها، وتُحرك، بدورها، تلك

الكرة بواسطة جارتها الأكبر وهكذا دواليك. لا يوجد لا نهاية، بل يوجد عدد محدود من الكرات، وعدد محدود من الأشياء التي تحرك بعضها، ولا بد من وجود سبب مطلق (ultimate cause) للحركة، ومن شيء ما يُحرك دائرة النجوم الثابتة. هذا هو المحرك الأول (prime mover): الله. عندما اجتاحت المسيحية الغرب أصبحت مرتبطة، بشكل قريب، بوجهة نظر الأكوان الأرسطية وإثبات وجود الله، وارتبطت الذرية بالإلحاد. كما أصبح التساؤل حول العقيدة الأرسطية مساوياً للتساؤل حول وجود الله.

لقد كان النظام الأرسطي ناجحاً تماماً، ونشر تلميذه المشهور، الاسكندر العظيم (Alexander the Great)، العقيدة وصولاً إلى الهند قبل وفاته غير المتوقعة في عام ٣٢٣ ق. م. واستمر النظام الأرسطي إلى ما بعد إمبراطورية الإسكندر، وصولاً إلى العصر الاليزبيثي (Elizabethan times)، في القرن الـ١٦. مع هذا الصمود الطويل لقبول عقيدة أرسطو أتى رفض اللانهاية – والفراغ -، فإنكاره اللانهاية استلزم إنكار الفراغ لأن الفراغ يتضمن وجود اللانهاية. وبعد كل هذا كان هناك احتمالان منطقيان، فقط، لطبيعة الفراغ وكلاهما تضمنا أن اللانهاية موجودة. الأول: يمكن أن يكون هناك كمية لا نهائية من الفراغ – وبهذا فاللانهاية موجودة، والثاني: يمكن أن يكون هناك كمية محددة من الفراغ، وعلى اعتبار أن الفراغ هو، ببساطة، نقص في المادة، لا بد، إذن، من وجود كمية لا نهائية من المادة للتأكد من أن هناك كمية محددة من الفراغ فقط – وبذلك تكون اللانهاية موجودة. وعلى هذا الأساس يتضمن وجود الفراغ، في كلا الحالين، وجود اللانهاية . لقد دمر «فراغ – صفر» حجة أرسطو الأنيقة، ورفضه لزينون الإيلي، وإثباته

لوجود الله. من هنا فإن قبول اليونانيين بحجة أرسطو أجبرهم على رفض الصفر، اللامحدود (infinite)، واللانهاية (infinity).

على الرغم من هذا كانت هناك مشكلة هي أنه ليس من السهل رفض الصفر واللانهاية معاً. وبالعودة إلى الوراء لأحداث جرت عبر التاريخ؛ إذا لم يكن شيء كاللانهاية ، فإنه لا يمكن وجود عدد لا محدود من الأحداث، إذن، لا بد من وجود حدث أول (first event): الخلق. لكن ماذا يوجد قبل الخلق؟ قبل الفراغ؟ هكذا أسئلة غير مقبولة عند أرسطو. لنطرح المسألة بشكل معكوس إذا لم يكن هناك حدث أول، بهذه الحالة على الكون أن يكون دائم الوجود – وسوف يبقى دائماً في المستقبل، لذلك عليك أن تحصل إما على الصفر وإما على اللانهاية، فالكون من دونهما لا معنى له.

كَرِه أرسطو فكرة الفراغ كثيراً فاختار السرمدية، والكون اللامتناهي على اختيار كون به فراغ فقال: إن سرمدية الوقت هي «إمكانية» (potential) لا نهاية، مثلها مثل لا نهائية تقسيمات زينون الإيلي إلى أجزاء صغيرة (subdivision). (وامتدت هذه الفكرة، ولكن العديد من السكولائيين أخذوا الحجة، حتى إن بعضهم اختار قصة الخلق لمزيد من إثبات وجود الله. أمّا فلاسفة القرون الوسطى ولاهوتيوه فكان محكوماً عليهم خوض معركة هذا اللغز لعدة مئات من السنين).

وبالرغم من خطأ وجهة نظر الأرسطيين للفيزياءإلا أنها أثرت حتى أنها أغفلت كل وجهات النظر المعارضة لأكثر من ألف عام، ومن ضمنها الأكثر واقعية. لم تتقدم العلوم أبداً إلاّ عندما تخلصت من فيزياء أرسطو؛ وبشكل مترافق مع رفض أرسطو لرفضه لا نهائيات زينون الإيلي.

أوقع زينون الإيلي نفسه، على الرغم من ظِرفه، بمشاكل جدّية، فقد تآمر لإسقاط طاغية إيليا، نيارخوس (Elea, Nearchus)، وذلك في عام ٤٣٥ ق. م. وهرّبَ السلاح لدعم هذه القضية، ولسوء حظه عرف نيارخوس الخطة المدبرة لإسقاطه، فالقى القبض على زينون الإيلي الذي توسل فوراً لمعذبيه واعداً إياهم بالإفصاح عن أسماء زملائه المتآمرين عليه. وعندما أقترب منه نيارخوس، وبعد إصرار زينون على الطاغية بالاقتراب منه أكثر، بحجة إبقاء الأسماء سرية انحنى نيارخوس على زينون الإيلي مميلاً رأسه باتجاهه، وبشكل مفاجيء غرس زينون الإيلي أسنانة بأُذن نيارخوس. فأخذ يصرخ ورفض زينون الإيلي تركه، وكانت الطريقة الوحيدة لإطلاق نيارخوس من قضمة أسنان زينون الإيلي طعنه من معذبيه حتى الموت. هكذا مات سيد اللامحدود.

في آخر الأمر تمكن شخص يوناني قديم من التفوق على زينون الإيلي في قضايا اللامحدود؛ إنه أرخميدس؛ الرياضي الغريب الأطوار من سرقوسة (Syracuse)، المفكر الوحيد، في زمنه، الذي ألقى لمحة خاطفة على اللامحدود.

وسرقوسة أغنى جزر صقلية، وأرخميدس أشهر سكانها. يعرف القليل عن فترة شبابه، ويبدو أنه ولد عام ٢٨٧ ق. م. في ساموس (Somas)، وهي مسقط رأس فيثاغوراس، ومنها هاجر إلى سرقوسة، وهناك حل مشاكل هندسية لملكها الذي طلب من أرخميدس أن يحدد ما إذا كان تاجُه من الذهب الصافي أو خُلط مع الرصاص، وهي مهمة تفوق قدرات كل علماء ذاك الوقت، وعندما جلس أرخميدس في المغطس لحظ أن الماء يطف من جوانبه، وفجأة أدرك انه يمكنه قياس كثافة التاج ونقاوته عبر تغطيسه في أنبوب من

المياه وقياس كمية المياه التي يزيحها. بسعادة غامرة بهذه الفكرة، قفز أرخميدس من المغطس، وركض في شوارع سرقوسة هاتفاً «وجدتها» «وجدتها» (Eureka! Eureka!) وبالتأكيد نسيّ أرخميدس أنه عارٍ تماماً.

كانت مواهب أرخميدس مفيدة أيضاً لعسكر سرقوسة، ففي القرن الثالث قبل الميلاد؛ فترة هيمنة اليونان على الجميع، تفتتت إمبراطورية الإسكندر إلى ولايات متناحرة، فيما هناك قوة جديدة تستعرض عضلاتها في الغرب وهي روما. وضعت روما سرقوسة نصب أعينها. ووفق الأسطورة، سَلّح أرخميدس، السرقوسيين بأسلحة عجيبة للدفاع عن المدينة ضد الرومان: قاذف الحجارة هو رافعات ضخمة تنتزع السفن الحربية الرومانية، ترفعها وتسقطها في الماء من مقدمتها، ومرايا مصنوعة من نوعية يمكنها إحراق السفن الرومانية من مسافات بعيدة من خلال عكس ضوء الشمس عليها. خاف الجنود الرومان كثيراً، من آلات الحرب هذه إلى حد أنهم إذا رأوا قطعة حبل أو عصا خشبية على جدار يهربون منها خوفاً من ان تكون سلاحاً يوجهه أرخميدس باتجاههم.

ملاحظة أرخميدس الأولى للامحدود خلال صقله لمرايا الحرب التي يصنعها. لقد فتن اليونانيون، قروناً، بالقطوع المخروطية. «اقطع مخروطاً فتحصل على دوائر»، والقطوع الناقصة (ellipses: شكل ينجم عن تقاطع مسطح مائل مع مخروط)، والقطوع المكافئة الهندسية (parabolas)، والقطوع الزائدة (hyperbolas)، كل هذه الأشكال تعتمد على كيفية تقطيع المخروط. فالقطع المكافىء الهندسي يملك خواص مميزة ويأخذ إشعاعات الضوء من الشمس، أو من أي مصدر بعيد، ويركز كل طاقة الضوء على

نقطة في بقعة صغيرة. ولتكون أية مرآة قادرة على إحراق سفينة لا بد ان تكون على شكل القطع المكافىء الهندسي. لقد درس أرخميدس خواص القطع المكافىء الهندسي وهنا بدأ لأول مرة يلعب باللامحدود.

وكان على أرخميدس أن يعرف كيف يقيس القطع المكافىء الهندسي كي يفهمه: في حينها لم يكن أحد يعرف كيف يحدد مساحة مقطع من القطع المكافىء الهندسي. وكان من السهل قياس المثلثات والدوائر، ولكن قياس انحناءات شاذة قليلاً من مثل القطع المكافىء الهندسي كانت أبعد من معرفة الرياضيين اليونانيين في حينها. إلاّ ان أرخميدس عرف طريقة لقياس مساحته باللجوء إلى اللامحدود. وبدأت الخطوة الأولى برسم مثلث داخل القطع المكافىء الهندسي، وفي الفراغين الصغيرين الباقيين رسم أرخميدس المزيد من المثلثات، وبقي أربعة فراغات صغيرة، فرسم بها أرخميدس المزيد من المثلثات وهكذا دواليك (أنظر الشكل ١٢). إنها مثل آخيل والسلحفاة – سلسلة لا محدودة من الخطوات كل منها يصغر أكثر وأكثر، حيث تقترب مساحات المثلثات الصغيرة أكثر وأكثر إلى الصفر. جمع أرخميدس، بعد حسابات طويلة، مساحات المثلثات غير المحدودة، وقسم مساحة القطع المكافىء الهندسي. قد يسخر أي رياضي معاصر من خط الفكر هذا، لكن أرخميدس استخدم أدوات اللامحدود التي لم يسمح رفاقه الرياضيون العمل. ومن أجل إرضائهم اعتمد على الرياضيات المقبولة في حينها، لإثبات استنتاج يعرف بـ «بديهية أرخميدس» (axiom of Archimedes)، معترفاً بأن الرياضيين السابقين استحقوا المصداقية. وفق بديهيته فإن أي رقم يجمع مع نفسه عدة مرات يمكنه ان يتخطى أي رقم آخر. بكل وضوح لم يكن الصفر ضمناً.

إثبات أرخميدس هذا بالمثلثات كان أقرب ما يمكن إلى فكرة الحدود (limits) – وحساب التفاضل والتكامل – من دون اكتشافها فعلياً. وفي الأعمال اللاحقة لأرخميدس عرف الدوران حول خط وكذلك عرف أحجام القطوع المكافئة الهندسية والدوائر التي يعلم أي طالب رياضيات اليوم أنها من أول المشاكل الوظيفية التي عليه حلها في المنزل في مادة حساب التكامل والتفاضل. إلاّ أن بديهية أرخميدس رفضت الصفر والذي يمثل الجسر بين عوالم المحدود واللامحدود. جسر ضروري بشكل مطلق لأي حساب تكامل وتفاضل ورياضيات أعلى.

من حين لآخر سخر حتى أرخميدس العبقري ومعاصروه من اللامحدود، فقد آمن بعالم أرسطو وأن العالم محتوى في كرة عملاقة. قرر أرخميدس، فجأة، حساب كم حبة رمل يمكن أن تملأ الكون (الكروي) وفي حساب الرمل (Sand Reckoner) حسبَ أولاً كم حبة رمل يمكن أن تملأ كوز خشاش، ومن ثم حسبَ كم كوز خشاش يمكن أن يكون على امتداد الإصبع. عرف أرخميدس، من امتداد الأصبع إلى طول الاستاديوم (stadium: وحدة قياس طول عند اليونان)، إلى حجم الكون، إنه بحاجة إلى 10^{51} حبة رمل لملء الكون برمته (10^{51} رقم مهول حقاً. لنأخذ، على سبيل المثال، 10^{51} جزيء من الماء ما يعني أنه على كل فرد على الكرة الأرضية، مذكر ومؤنث طفل وكبير، أن يشرب طناً من الماء في الثانية، لمدة ١٥٠ ألف سنة ليشربوا كل هذا الماء). رقم كبير لا يستطيع نظام الأرقام اليوناني تحمله، فكان على أرخميدس ابتداع أسلوب جديد يدل على الأرقام الكبيرة.

والمرياد (myriad) هو أكبر مجموعة في نظام الأرقام اليونانية، وبالعدّ إلى المرياد يمكنهم أن يدلّوا على أرقام تصل إلى ١٠٠٠٠٠٠٠٠ وأبعد منها بقليل. إلاّ أن أرخميدس ذهب إلى أبعد من هذه الحدود، فهو، بكل بساطة، بدأ منه، مساوياً إياه للـ ١، ومن ثم يعيد العدّ مسمياً هذه الأرقام الجديدة أرقام الترتيب الثاني (second order) (لم ينظم أرخميدس الأرقام على الشكل التالي: ١٠٠٠٠٠٠٠١ تساوي ١، و١٠٠٠٠٠٠٠٠ تساوي صفر، وهذا ما يمكن ان يفعله الرياضيون المعاصرون. لم يخطر في ذهنه أن البدء من صفر قد يعطي معنى). ذهبت أرقام الترتيب الثاني من مرياد مريادات إلى مرياد مرياد مريادات، وأرقام الترتيب الثالث ذهبت من مرياد مرياد مرياد مرياد مريادات (١٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠) وهكذا دواليك، إلى أن وصل بالأرقام إلى خانة مرياد المرياد، وسماها أرقام الدورة الأولى (numbers of the first period). والقيام بهكذا عمل أمر مرهق، إلاّ أن أرقام الدورة الأولى أنجزت العمل. وذهبت إلى أبعد من حاجات أرخميدس لحل تجاربه الفكرية. ومع هذا الكم الكبير من الأرقام إلاّ أنها بقيت محدودة وأكثر من كافية لملء الكون بالرمل. دون أن يكون هناك حاجة إلى اللانهاية في كون اليونان.

لو أعطي أرخميدس المزيد من الوقت، لبدأ، ربما، برؤية إغراء اللامحدود والصفر، لكن احتساب الرمل كان مصيره ملاقاة مصير أرخميدس به. لأن الرومان كانوا أقوى بكثير من السرقوسيين، واستطاعوا إدخال بعض الجنود إلى المدينة مستغلين ضعف الأبراج القليلة الرجال، وسهولة تسلق جدرانها، وما إن أدرك السرقوسيون أن الجنود الرومان

أصبحوا داخل جدران المدينة حتى اجتاحهم الخوف وعجزوا عن شن هجوم مضاد. تدفق الجنود الرومان إلى داخل المدينة، فيما أرخميدس جالس على الأرض يرسم دوائر على الرمل محاولاً إثبات نظرية؛ شاهد جندي روماني رجلاً بعمر ٧٥ سنة ملطخاً بالوحل في جو حار، فطلب إليه اللحاق به، وكان هذا الرجل أرخميدس الذي رفض الانصياع لأوامر الجندي معتبراً أن إثباته الرياضي لم ينتهِ بعد، فقتله الجندي الغاضب. هكذا مات أعظم مفكر في العالم القديم مذبوحاً بلا سبب على يد الرومان.

يُعدُّ قتلُ أرخميدس كان من أكبر مساهمات الرومان في جمود الرياضيات، فالعصر الروماني استمر نحو سبعة قرون، وطوال هذه الفترة لم يكن هناك أي تطور يذكر في الرياضيات. إلا أن التاريخ أكمل مسيرته: اجتاحت المسيحية أوروبا، وسقطت الإمبراطورية الرومانية، وحُرقت مكتبة الإسكندرية، وبدأت العصور المظلمة ومرت سبعة قرون أخرى قبل أن يعاود الصفر الظهور في الغرب. خلال هذه الفترة، أوجد راهبان تقويماً بلا صفر ما أدى إلى تشويش أبدي.

تواريخ عمياء

إنه نقاش سخيف وطفولي يكشف الحاجة إلى عقول لديها رأي معارض لما أعلناه.

(التايمز (لندن)، ٢٦ كانون الأول، ١٧٩٩)

- ***THE TIMES* (LONDON), DECEMBER 26, 1799**

يَظهر هذا «النقاش السخيف الطفولي» – ما إذا كان القرن الجديد يبدأ بسنة ٠٠ أو سنة ٠١ – ويعاود الظهور كل ١٠٠ عام مثل عمل الساعة. لو عرف رهبان القرون الوسطى الصفر لما كان تقويمنا بهذا التشويش.

لا نستطيع لوم الرهبان على جهلهم، فخلال القرون الوسطى في الغرب، كان الرهبان المسيحيون هم من درسوا الرياضيات فعلياً، وكانوا المتعلمين الوحيدين الباقين، واحتاجوا الرياضيات لأمرين: الصلاة والمال، لذلك كانوا بحاجة إلى معرفة... العد... جيداً. وللقيام بهذا استخدموا المعداد أو ألواح العد (counting board)، أداة تشبه المعداد حيث تتحرك الحجارة، أو أي أشياء أخرى، حول اللوح. لم تكن مهمة ملحة، إلا أنها بالمعايير القديمة مثلت حالة من الفن. احتاج الرهبان معرفة الوقت والتاريخ للصلاة، ونتيجة لهذا التوقيت مسألة حيوية لطقوسهم. فقد كان لديهم صلوات مختلفة بتلاوات مختلفة بساعات مختلفة، خلال النهار أو خارجه (لقد أتت كلمتنا noon (وتعني الظهيرة) من كلمة nones، خدمة صلاة منتصف النهار لأكليروس القرون الوسطى). فكيف لحارس الليل أن يعرف متى يوقظ أتباعه من نومهم على فراش القش المريح ليبدؤوا صلاة النهار؟ وإذا لم يكن لديك تقويم دقيق فلا يمكنك معرفة متى تحتفل بالفصح، وهذا بذاته مشكلة كبيرة.

حساب تاريخ الفصح لا يعني أنه عمل بطولي، والفضل في هذا يعود لتصادم التقاويم. فروما هي مركز الكنيسة واستخدم المسيحيون التقويم الشمسي الروماني وطوله ٣٦٥ يوماً (وتغير)، إلاّ أن المسيح كان يهودياً واستخدم التقويم القمري اليهودي وطوله ٣٥٤ يوماً فقط (وتغير).

والأحداث الكبرى في حياة المسيح يشار إليها بمرجعية القمر، فيما الحياة اليومية محكومة بالشمس. انحرف التقويمان بالنسبة إلى بعضهما جاعلَين التنبؤ بحلول العيد صعباً جداً. والفصح مجرد مثال على انحراف العيد (يوم المقدس)، لذا انكب الرهبان، كل بضعة أجيال، على حساب تواريخ الفصح لبعض من مئات السنين القادمة.

ديونيسوس إكسيغوس (Dionysius Exiguus)، أحد أولئك الرهبان الذي طلب إليه البابا يوحنا الأول (John I)، في القرن السادس ميلادي، إطالة جدول الفصح، وخلال عمله على ترجمة الجدول وإعادة حسابه، بحث ديونيسوس، قليلاً، خارج الموضوع، فأدرك إمكانية معرفة متى ولد المسيح. وبعد الغوص، قليلاً، في الرياضيات قرر ديونيسوس أن السنة الحالية هي سنة الـ ٥٢٥ لميلاد المسيح، وأن السنة التي ولد فيها المسيح يجب أن تكون سنة: السنة الأولى لسيدنا (I anno Domini) (تقنياً، قال ديونيسوس ما يلي: إن ولادة المسيح تمت في ٢٥ كانون الأول من السنة التي قبلها، وبدأ تقويمه بـ ١ كانون الثاني ليرتبط بالسنة الرومانية)، والسنة التي تلتها هي السنة الثانية بعد الميلاد، والسنة الثالثة السنة الثالثة بعد الميلاد وهكذا دواليك مزيحاً التقويمين[1] السابقين له والأكثر استخداماً. لكن هناك مشكلة، بل اثنتان.

بداية أخطأ ديونيسوس في حساب ولادة المسيح، فالمصادر تجمع على أن مريم ويوسف هربا من غضب الملك هيرودس (King Herod) منذ أن

(١) التقويم الأول اعتمد السنة ١ أن تكون سنة تأسيس مدينة روما، والتقويم الثاني اعتمد على انضمام الإمبراطور ديوكلتيانوس (Diocletian)، أما بالنسبة للراهب المسيحي فقد كانت ولادة مخّلصه أهم من تأسيس المدينة التي نهبها الفاسقون لمرات قليلة.

علم بنبوءة المولود الجديد المسيح (Messiah). لكن هيرودس توفي عام الثالث بعد الميلاد، وهي سنوات قبل الميلاد المقترح لولادة المسيح. هنا يظهر، بوضوح، خطأ ديونيسوس، فاليوم يعتقد معظم السكولستيين أن ولادة المسيح حصلت سنة ٤ بعد الميلاد. لقد أخطأ ديونيسوس بعدة سنوات.

في الواقع لم تكن هذه الغلطة شنيعة إلى هذا الحد؛ فغير مهم أي سنة تختار عند اختيار السنة الأولى للتقويم، طالما كل شيء متسق من بعدها. وغير مهم الخطأ بأربع سنوات إذا اتفق الجميع على ارتكاب الخطأ عينه، وفعلياً هذا ما حصل. لكن هناك مشكلة جدية في تقويم ديونيسوس إنها: الصفر.

ليس هناك سنة صفر. في العادة وهذا ليس بالأمر المهم، فمعظم تقاويم ذاك الوقت بدأت بسنة ١، وليس سنة صفر، ولم يعلم ديونيسوس بوجود الصفر وبالتالي لا خيار آخر أمامه، فقد ولد وكبر بعد انهيار الامبراطورية الرومانية، وحتى خلال أيام مجد الإمبراطورية لم يكن الرومان مبدعين في الرياضيات. في العام ٥٢٥، بداية العصور المظلمة، كان كل الغربيين ملتصقين بنمط الأرقام الرومانية، ولا يوجد ٠ في نظام العد هذا. لذلك من الطبيعي أن تكون السنة الأولى، سنة سيدنا، عند ديونيسوس سنة I، والتالية سنة II، ووصل ديونيسوس إلى هذا الاستنتاج سنة DXXV (٥٢٥). ما كان لهذا الأمر أن يسبب مشكلة في معظم الحالات، لاسيما وأن تقويمه لم يطبق في لحظته. في سنة ٥٢٥ وجدت مشكلة جدّية لدى المثقفين في المحكمة الرومانية، فقد توفى البابا يوحنا الأول، وبانتقال السلطة طُرد كل الفلاسفة والرياضيين من مواقعهم، أمثال ديونيسوس. وبذلك كانوا محظوظين بالنجاة بأرواحهم (بينما الآخرون لم يكونوا محظوظين: أمثال

انيسيوس بوثيوس (Anicius Boethius) وهو أحد رجال الحاشية النافذين، ومن بين أفضل الرياضيين الغربيين في القرون الوسطى، ولم ينفعه هذا. فقد سقط من السلطة وسجن في الوقت الذي طُرد فيه ديونيسوس من موقعه تقريباً. ولا يُذكر أنيسيوس هذا بعمله الرياضي، بل بـ «عزائه الفلسفي» (Consolation of Philosophy)، كراسٌ واسى نفسه به بنموذج الفلسفة الأرسطية، ومن بعده، مباشرة، ضُرب بالهراوات حتى الموت). بكل الأحوال ضَعُفَ التقويم الجديد لسنوات.

بعد قرنين بدأ نقص الصفر يتسبب بالمشاكل. في سنة ٧٣١، وهي، تقريباً، السنة التي انتهى فيها جدول الفصح الذي وضعه ديونيسوس، مدّد بيدا (Bede)، راهب من شمال انكلترا، الجدول مجدداً، ويعتقد أنه عبر هذه الطريقة تعرف «بيدا» إلى عمل ديونيسوس، فقد استخدمَ التقويم الجديد عندما كتب تاريخ الكنيسة في بريطانيا (Ecclesiastical History of the English People).

حظي الكتاب بنجاح كبير، لكنه احتوى على عيب واحد. هو بدء «بيدا» تأريخه من سنه ٦٠ قبل الميلاد – قبل السنة المرجعية لديونيسوس بـ ٦٠ سنة. إذ لم يكن في نية «بيدا» التخلي عن نظام التأريخ الجديد، لذلك مَدّد لتقويم دينوسيس إلى الخلف وهو يجهل الرقم صفر، ويجهل أن السنة التي سبقت سنة ١ بعد الميلاد هي سنة ١ ق. م. إن ليس هناك سنة ٠. بعد كل هذا الصفر بالنسبة إليه غير موجود.

لا يبدو، من اللمحة الأولى، أن هذا النمط من الترقيم سيء لكنه تضمن مشاكل. فقد فكر «بيدا» بسنوات بعد الميلاد بأنها أرقام موجبة، وقبل الميلاد

أرقام سالبة، وبالتالي ذهب نمط عدِّه على الشكل التالي: ...3, 2, 1, 1-, 2-, 3- ... - ... والصفر في مكانه المناسب بين -١ و١ ولكنه غير موجود أمر ضلل الجميع. أخبَرت صحيفة «Washington Post»، الناس في مقال حول التقويم بعنوان «كيف نفكر» عن نزاع الألفية – وذكرت بها ان المسيح ولد سنة ٤ بعد الميلاد إذن، سنة ١٩٩٦ تكون سنة ٢٠٠٠ لميلاده. وهذا منطقي جداً: 2000 = (4-) – 1996، فعلياً هذا خطأ لقد مرت ١٩٩٩ سنة على ولادته.

لنتخيل أن طفلاً ولد في ١ كانون الثاني في سنة ٤ ق. م، فهذا يعني أن عمره سنة واحدة في السنة الثالثة بعد الميلاد، وفي سنة ٢ ق. م يكون عمره سنتين، وفي سنة ١ ق. م يكون عمره ٣ سنوات، وفي سنة ١ بعد الميلاد يكون عمره ٤ سنوات، وفي سنة ٢ بعد الميلاد يكون عمره ٥ سنوات. فكم سنة مضت على ولادته بتاريخ ١ كانون الثاني من سنة ٢ بعد الميلاد؟ لكي يصبح عمره ٥ سنوات، هذا جلي، لكنه ليس النتيجة التي تحصل عليها إن قمت بالعملية الحسابية التالية: 6 = (4-) – 2، أي عمره ست سنوات. لقد كانت اجابتك السابقة خاطئة لعدم وجود سنة صفر.

الصحيح أن الطفل بلغ ٤ سنوات في ١ كانون الثاني من عام ٠، و٥ سنوات في عام ١ بعد الميلاد، و٦ سنوات في عام ٢ بعد الميلاد، وبهذه الطريقة تصبح كل الأرقام صحيحة، وحساب عمر الطفل يصبح مسألة سهلة مجرد طرح 4- من ٢، لكن المسألة ليست هكذا. إذ عليك أن تطرح سنة إضافية من المجموع لتحصل على الإجابة الصحيحة. لذلك لم يكن عمر المسيح ٢٠٠٠ سنة في سنة ١٩٩٦، بل كان عمره ١٩٩٩ سنة في عام ١٩٩٦، إنها حقاً مسألة مشوشه وتزداد سوءاً.

لنتخيل أن طفلاً ولد في السنة الثانية الأولى من اليوم الأول للسنة الأولى: ١ كانون الثاني من سنة ١ بعد الميلاد. في سنة ٢ سيكون عمره سنة واحدة، وفي سنة ٣ سيكون عمره سنتين وهكذا دواليك، لذلك في سنة ٩٩ سيكون عمره ٩٨ سنة وفي سنة ١٠٠ سيكون عمره ٩٩ سنة. تخيل الآن أن اسم هذا المولود قرن، والقرن عمره ٩٩ سنة فقط في سنة ١٠٠، ويحتفل بعيد ميلاده الـ١٠٠ في ١ كانون الثاني من سنة ١٠١. يعني أن القرن المقبل يبدأ سنة ١٠١، ووفق هذا يبدأ القرن الثالث سنة ٢٠١ والقرن الـ٢٠ يبدأ سنة ١٩٠١. ما يعني أن القرن ٢١ – والألفية الثالثة – يبدأان سنة ٢٠٠١، و هذا ما لم تلحظه.

امتلأت الفنادق والمطاعم، في كل أنحاء العالم مسبقاً، للاحتفال في ٣١ كانون الأول من سنة ١٩٩٩ – لا في ٣١ كانون الأول من سنة ٢٠٠٠، واحتفل الجميع ببداية الألفية بالتاريخ الخاطىء. حتى Royal Greenwich Observatory، (مرصد غرينويتش) غرق في مستنقع المحتفلين وهو المسؤول الرسمي عن وقت العالم والحكم الوسيط في كل الأمور المتعلقة بالترتيب الزمني (chronological). وانتظر الجمهور في الأسفل اللحظة في الساعة الذرية الدقيقة، في المرصد على رأس التلة، ليعلن الراعي عن حالة «تجربة الألفية» (Millennium Experience)، مستكملاً «باحتفال جماهيري كبير» حضّر له المنظمون في ٣١ كانون الأول من سنة ١٩٩٩. وأُغلق المعرض في ٣١ كانون الأول من سنة ٢٠٠٠، في الوقت الذي كان فيه علماء الفلك على رأس التلة يفتحون قوارير الشمبانيا احتفالاً ببداية الألفية. ما يشير إلى أنهم يهتمون بالتوقيت (date) بشكل جيد.

لا يمكن لعلماء الفلك اللعب بالتوقيت بالسهولة التي يلعب بها غيرهم، فهم يراقبون ساعة السماوات – ساعة لا تغص بقفز السنوات ولا تعيد توقيت نفسها كلما قرر البشر تغيير التقويم. لذلك قرر علماء الفلك تجاهل كل التقويمات البشرية، وألا يقيسوا الزمن بالسنوات منذ ولادة المسيح، بل أن يعدّوا الأيام منذ ١ كانون الثاني من سنة ٧٤١٣ ق. م. وهو توقيت اعتباطي اختاره السكولاستي جوزيف اسكاليجيه (Joseph Scaliger)، في عام ١٥٨٣، وأصبح توقيته المعروف باسم «توقيت يوليوس» (باسم أبيه يوليوس، وليس تيمناً بالقيصر يوليوس Julias Caesar) المرجع المعياري للأحداث الفلكية، لأنه تجنب كل الأمور الغريبة التي تسببها التقويمات التي هي قيد الإنشاء بشكل دائم. (عُدّل النظام منذ حينها بشكل طفيف، ويعرف بـ «توقيت يوليوس المعدل» (Modified Julian Date)، حيث غير المعدل أقل بـ ٢٤٠٠٠٠٠ يوم، و١٢ ساعة واضعاً، في المعدل ساعة صفر في منتصف ليل ١٧ تشرين الثاني من عام ١٨٥٨. مجدداً إنه تاريخ اعتباطي إلى هذا الحد أو ذاك). قد يرفض علماء الفلك الاحتفال بتوقيت يوليوس المعدل ٥١٥٤٢، واليهود قد يتجاهلون ٢٣ تيفت (Tevet)، و٥٧٦٠ (anno Mundi) (سنة العالم)، وينسى المسلمون ٢٣ رمضان، ١٤٢٠ (anno Hejirae)، واحتمالُ عدم الرفض قائم، إلا أنهم جميعاً سيعلمون أن الاحتفال ٣١ كانون الأول من سنة ١٩٩٩ (anno Domini) (بعد الميلاد)، كان الاحتفال، وأن هناك شيئاً مميزاً جداً بسنة ٢٠٠٠.

من الصعب أن نعرف لمَ نحن البشر نحب الأرقام اللطيفة، والمدورة بكثير من الأصفار. من منا لا يذكر وهو طفل عندما كان يركب سيارة

وعداد المسافات على وشك الوصول إلى ٢٠٠٠ ميل، وبصمت ينتظر كل من فيها الرقم ١٩٩٩ يزحف ببطء إلى الأمام... ومن ثم يتك الرقم ٢٠٠٠! كل الأطفال في السيارة يبتهجون.

٣١ كانون الأول من سنة ١٩٩٩ تاريخ الليلة التي تكّ بها عدادُ المسافات العظيم في السماء بشكل مسبق.

الرقم الصفري

وكلاو سيربنسكي، رياضي بولندي عظيم... شعر بالقلق من فقدان قطعة من أغراضه. قالت زوجته «لا يا عزيزي القطع الست هنا». أجاب «يستحيل لقد عددتها مرات عدة: صفر، واحد، اثنين، ثلاث، أربع، خمس».

(جون كنوي وريتشارد غاي: كتاب الأرقام)

- JOHN CONWAY AND RICHARD GUY, THE BOOK OF NUMBERS

يبدو غريباً ان اقتراحك أن «ديونيسوس وبيدا» أخطأا عندما نسيا تضمين الصفر في تقويمهما. كل الأطفال يعدون «1, 2, 3» لا «0, 1, 2, 3» إلاّ المايين (Mayans)، فما من أحد غيرهم لديه سنة 0 أو بداية شهر بيوم 0، في المقابل عندما يعدون تنازلياً فلهذا طبيعة أخرى.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 مهملين الصفر.

ينتظر المكوك الفضائي، دائماً، الصفر ليطلق ناره في الهواء. حدث مهم يحدث عند الساعة 0، لا الساعة الواحدة، فعندما تقود باتجاه الموقع حيث انفجار القنبلة فأنت تقترب من أرض 0 (ground zero).

إذا نظرت بحرص، كفاية، ستجد أن الناس عادة يبدؤون بالعد من الصفر. ساعة التوقيت تبدأ بالتكتكة من 0:00.00، وتصل إلى 0:01.00 بعد مرور ثانية، ويأتي عداد المسافات للسيارت الجديدة، من المصنع، على مسافة 00000، وإن قام بها البائع بجولة صغيرة يصل العداد إلى أميال قليلة، واليوم العسكري يبدأ، رسمياً، بساعة 0000. لكن عندما تعد بصوت عال عادة ما تبدأ من الرقم ١، إلاّ إذا كنت رياضياً أو مبرمج كومبيوترات[1]، تقوم بالعمل بالترتيب.

عندما نتعامل مع أرقام العد – ١ و٢ و٣ وما يتبع – يكون من السهل ترتيبها. ١ رقم العد الأول، و٢ رقم العد الثاني، و٣ الثالث، من دون أن نقلق من خلط قيمة الرقم – إنه الرئيسي (cardinality) – بنظام يصل إلى – التراتبية ordinality – كونها بالأساس الشيء عينه. وهذه حالة كل الشؤون بالأساس، والجميع فرح، لكن ما أن أتى الصفر إلى العلاقة المنمقة ما بين الرئيسي والترتيبة حتى دمر كل شيء. لقد ذهبت الأرقام إلى 3 ,2 ,1 ,0 فالصفر أتى أولاً، والواحد ثانياً في الخط، واثنان كانت في الموقع الثالث، ولم يعد هناك إمكانية التبادل (interchangeable) ما بين الرئيسي والتراتبية. هنا جذور مشكلة التقويم.

(١) عندما يجهز مبرمج الكومبيوتر برنامجاً يعيد ويعيد الأمر تكراراً، ومن ثم يجعل الكومبيوتر يعد، لنقل، من الـ ٠ إلى ٩، كي يقوم الكومبيوتر بـ١٠ خطوات. ان نسي فعل هذا ربما يعد الكومبيوتر من ١ إلى ٩ قائماً بـ٩ خطوات لا ١٠. بغ (جرثومة، خطأ) (Bug) مثل هذه دمرت لوتو أريزونا عام ١٩٩٨، ففي سحب تلو الآخر لم يظهر قط رقم ٩ ، واعترف المتحدث الرسمي «لم يبرمجوا الرقم به».

تبدأ الساعة الأولى من اليوم بعد مرور صفر ثانية من منتصف الليل، والساعة التالية تبدأ على الساعة ١، والساعة الثالثة تبدأ على الساعة ٢، وعلى الرغم من أننا نعد بتراتبية (أول، ثاني، ثالث) إلاّ أننا نسجل الوقت بالرئيسي (0, 1, 2) وجميعنا هضم هذا الأسلوب من التفكير، سواء أعطيناه حقه أم لا. سنقول بعد أن ينهي الطفل شهره الـ١٢، لقد أصبح عمره سنة، لقد أنهى أول ١٢ شهراً من حياته. عندما يعيش السنة يصبح عمر الطفل سنة، أليس من الأكثر اتساقاً أن نختار قول إن عمر الطفل ٠ سنة قبل هذا الوقت؟ بالتأكيد نقول عمر الطفل ٦ أسابيع، أو ٩ أشهر بدل أن نقول عمره ٠ سنة – أسلوب ماهر للالتفاف حول حقيقة أن عمره ٠ سنة.

لم يكن لدى ديونيسوس الصفر لذا بدأ التقويم بسنة ١، كما فعل القدماء قبله بادئين تقويمهم برقم ١. أناس تلك الفترة فكروا بعبارات مساوية للنموذج القديم للرئيسي والتراتبي. بالنسبة لهم... لا بأس به. بالكاد يكون هناك مشكلة ما لم يدخل الصفر إلى عقولهم.

الفراغ يحدق فاتحاً فمه

لم يكن هناك «عدم» مطلقاً بل نوع من لا شكل بلا تحديد فقط... أقنعني المنطق الحقيقي بأن أحذف كل نوع من بقايا الشكل إن شئت أن تقنع باللاشكل المطلق. ولم أستطع إنجاز هذا.

(القديس اوغستين: الاعترافات)

- SAINT AUGUSTINE, *CONFESSIONS*

من الصعب لوم الرهبان على جهلهم. لقد كان عالم «ديونيسوس»، «وثيوس وبيدا» ظلاماً فعلياً. انهارت روما، وبدت الحضارة الغربية ظلاً لماضي روما المجيد، المستقبل بدا أكثر رعباً من الماضي. لذا لا عجب في أن البحث عن الحكمة لمفكري العصور الوسطى لم يتوجه لأفكار معاصريهم، بل توجهوا إلى القدماء من أمثال أرسطو والأفلوطينيين الجدد (neoplatonists). ما إن استورد مفكرو العصور الوسطى فلسفة القدماء وعلومهم حتى ورثوا تحيزاتهم: خوف من اللامحدود ورعب من الفراغ.

وسم مفكرو العصور الوسطى الفراغ بالشر – والشر كالفراغ. كان الشيطان (Satan) حرفياً لا شيء، ووضع بثيوس حجته كما يلي: الله قادر على كل شيء، وما من شيء لا يستطيع فعله، ولكن الله، الخير النهائي، لا يستطيع فعل الشر؛ لذا الشر لا شيء، وهذا منطقياً جداً لعقلية القرون الوسطى.

رقد النزاع تحت ستار فلسفة العصور الوسطى، في حين كان النظام الأرسطي يونانياً ولكن قصة الخلق اليهودية – المسيحية قصة ساميّة – وليس لدى الساميين هكذا خوف من الفراغ، ففعل الخلق عندهم هو من فوضى الفراغ، وحاول اللاهوتيون من أمثال القديس اوغسطينوس الذي عاش في القرن الرابع، أن يفسروا الخلق بعيداً من ذلك بالعودة إلى حالة ما قبل الخلق كأنها «شيء اللاشيء» (a nothing something) أي فارغ من الشكل لكنه مع هذا «يقع دون الفراغ (nothingness)المطلق». لقد كان الخوف من الفراغ عظيماً إلى حد أن المفكرين المسيحيين حاولوا إصلاح الإنجيل ليتلاءم مع أرسطو بدل فعل العكس.

لحسن الحظ ليست كل الحضارات خائفة إلى هذا الحد من الصفر.

الفصل الثالث
مغامرة عدم
صفر يرحل شرقاً

هناك متعة حيث توجد اللانهاية. وما من متعة عند النهاية.

(نص باللغة السنكسريته)

- THE CHANDOGYA UPANISHAD

رحبَ الشرق بالفراغ رغم خوف الغرب منه، فقد كان مزدهراً في الهند، ومن ثم في أرض العرب ومنبوذاً في الغرب.

كان الصفر مجرد حاجز مكان عندما رأيناه، وعبارة عن بقعة فارغة في نظام الترقيم البابلي. وليس رقماً بذاته، لكنه كان مفيد وإن لا قيمة له. يأخذ معناه من الدجيتس على يساره. حرفياً رمز الصفر لم يكن يعني شيئاً إن وجد وحيداً، إلا أن كل هذا تغير في الهند.

زحفَ الإسكندر العظيم (Alexander the Great) بجيشه الفارسي من بابل إلى الهند، في القرن الـ ٤ ق. م، ومن خلال هذا الغزو عرف رياضيو الهند للمرة الأولى نظام الأرقام البابلي – وعن الصفر. عندما توفي الاسكندر

عام ٣٢٣ ق. م فتت نزاع قادة جيوشه الامبراطورية إلى أجزاء. فقد نهضت قوة روما في القرن ٢ ق. م. وابتلعت اليونان إلاّ أن قوتها لم تمتد إلى الشرق البعيد كما فعل الإسكندر. لذا عُزلت الهند عن صعود المسيحية وسقوط روما في القرنين الرابع والخامس بعد الميلاد.

كما عُزلت الهند عن فلسفة أرسطو، على الرغم من أن أرسطو علّم الإسكندر، ومن دون شك قدم الإسكندر أفكار أرسطو للهند، لكن الفلسفة اليونانية لم تجد أرضاً خصبة لها هناك. لم تخف الهند من اللامحدود أو الفراغ، على عكس اليونان، بل احتضنتهما.

للفراغ مكانة مهمة في الديانة الهندوسية. بدأت الهندوسية كديانة شركية (polytheistic religion)، مجموعة من قصص عن آلهة محاربين، ومعارك تشبه كثيراً طرق الأساطير اليونانية. لكن بعد عدة قرون – قبل وصول الاسكندر بقرون – بدأت تندمج الآلهة مع بعضها. وفي الوقت الذي احتفظت فيه الهندوسية بطقوسها الشعبية وطاعتها لآلهتها أصبحت في جوهرها توحيدية وباطنية (monotheistic and introspective)، وأصبحت جميع آلهتها عبارة عن مظاهر يحتويهم: براهما (Brahma)، خلال هذه الفترة بدأ صعود اليونانيين في العالم الغربي. وأصبحت الهندوسية لا تشبه الأساطير الغربية، حيث بدأ تقلص الفروقات بين الآلهة الفردية وأصبحت الديانة الهندوسية أكثر وأكثر روحانية. كانت الروحانية شرقية.

الهندوسية، مثل العديد من الديانات الشرقية، غارقة في رمزية الازدواجية (وهذه الفكرة في العالم الغربي أيضاً، واعتبرت بدعة المانوية (Manichaean heresy)* حالة من الكفر: رأت العالم واقعاً تحت تأثير

مصدرين متعارضين ومتساويين هما الخير والشر)، كحال الين واليانغ (yin & yang)* في الشرق البعيد، وازدواجية زرادشت (Zoroaster's dualism)* للخير والشر في الشرق القريب. الخلق والدمار مختلطان في الهندوسية. والإله شيفا (god Shiva) هو إله الخلق وتدمير العالم، ويصوَّر حاملاً طبل الخلق بيد، وفي الأخرى شعلة الدمار (أنظر الشكل ١٣)، وبالإضافة إلى هذا مثّل العدم (nothingness). أحد جوانب المعبود نيشكالا شيفا (Nishkala Shiva) شيفا «بلا أجزاء»، حرفياً، كان الفراغ المطلق، العدم الأسمى – لا حياة متجسدة (lifelessness incarnate). لكن الكون ولد من خارج العدم، والأكوان كانت لا محدودة بامتدادها، وما بعد كوننا أكوان لا معدودة.

مع عدم فراغها الأصلي، فقد مثل العدم ما أتى العالم منه، والوصول إلى العدم مجدداً أصبح هدف البشرية. حيث يخبر الموت مريده، في إحدى الروايات، عن الروح بالقول: «مخفية في قلب كل الكائنات وهي الاتمان (Atman)، الروح والنفس (self)، إنها أصغر من أصغر ذرة، وأكبر من الفضاءات الفسيحة». أتمان الساكن في كل شيء جزء من جوهر الكون وأبدي. يتحرر من الجسد عندما يموت الشخص ويدخل مباشرة في كائن آخر، وتتناسخ (transmigrated) الروح، ويتقمص الشخص من جديد. «هدف الهنودسية تحرير أتمان بشكل كامل من دورة الولادة مجدداً، والتوقف عن التجوال من موت إلى موت. يكون الوصول إلى التحرر المطلق عبر انعدام الحياة بالتوقف عن الاهتمام بوهم الواقع. ويفسر الإله: الجسد منزل الروح، واقع تحت سلطة المتعة والألم، وإذا حُكم الإنسان بجسده فلن

يمكنه أبداً أن يكون حراً». لكن ما إن تستطيع فصل نفسك عن نزوات جسدك وتحتضن صمت روحك وعدمها حينها تحرر أتمانك من رحم رغبة الجسد لتنضم في لحظتها إلى الوعي الجمعي (collective consciousness) – الروح اللامحدودة التي تغمر الكون، في كل مكان وفي لا مكان. إنه اللانهاية... إنه العدم.

لذلك، قبِلت الهند، كمجتمع، استكشاف الفراغ واللامحدود، الصفر.

تقمص الصفر

في بدايات عصر الآلهه ولد الوجود من اللاوجود.

(الريغفادا)

- THE RIG VEDA

فعل الرياضيون الهنود أكثر من قبول الصفر فقط. لقد حولوه حيث غيّروا دوره من مجرد شاغر مكان إلى رقم، وهذا التقمص أعطى الصفر قوته.

مخفية جذور الرياضيات الهندية في الزمن، ففي سنة سقوط روما عام ٤٧٦ كُتب نص هندي يُظهر رياضيات اليونانيين والمصريين والبابليين التي جلبها الإسكندر بغزوه إلى أرض الهند. كان لدى الهنود، مثل المصريين، حبالٌ ممتدة لمسح الحقول، وتشييد المعابد، ونظام فلكي معقد. فقد حاولوا، مثل اليونانيين، حساب المسافة من الأرض إلى الشمس، ممّا استلزم استخدام علم المثلثات (trigonometry)، وقد تكون النسخة الهندية مشتقة من النظام الذي طوره اليونانيون.

غيّر الرياضيون الهنود نمط ترقيمهم، تقريباً في القرن الخامس ميلادي، منتقلين من نظام شبيه باليوناني إلى نظام شبيه بالنمط البابلي. الفارق المهم ما بين نظام الأرقام الهندي الجديد والنمط البابلي هو أن الأرقام الهندية كانت على القاعدة العشرية بدل الستينية. تطورت أرقامنا من الرموز الهندية المستخدمة في حينها، لذلك، يجب، حقاً، أن تسمى أرقامنا الحالية بالأرقام الهندية لا العربية **(أنظر الشكل ١٥)**.

لا يعلم أحد متى انتقل الهنود إلى نظام الأرقام البابلي «مكان – قيمة»، فالمصادر القديمة للأرقام الهندية مصدرها أسقف سوري كتَب في عام ٦٦٢ عن كيف يقوم الهنود بحساباتهم «بواسطة تسع إشارات، تسعة لا عشرة»، ومن الواضح أن الصفر ليس بينها ولكن يصعب تأكيد هذا. فمن الجلي أن الأرقام الهندوسية وجدت قبل أن يكتب عنها الأسقف، وهناك دليل على أن الصفر قد ظهر حينها مع بعض الأشكال المختلفة في النظام الهندي، ولم يسمع عنه الأسقف. في كل الأحوال رمز الصفر – حاجز مكان في نظام الأرقام ذات القاعدة العشرية – كان مستخدماًفي القرن التاسع بالتأكيد، وحينها قام الرياضيون الهنود بقفزة عملاقة.

استعار الهنود القليل من الهندسة اليونانية ويبدو أنهم لم يهتموا كثيراً بالأشكال التي أحبها كثيراً اليونانيون. لم يهتم الهنود ما إذا كان قطر المربع نسبياً أم غير نسبي، ولم يبحثوا في قواطع المخروط كما فعل أرخميدس، لكنهم تعلموا كيف يلعبون بالأرقام.

لقد سمح لهم نظام الترقيم الهندي باستخدام حيل جميلة للجمع، والطرح، والضرب، والقسمة من دون المعداد للقيام بهذه العمليات الحسابية. والفضل يعود إلى نظامهم مكان – رقم، الذي مكنهم من جمع أرقام كبيره،

تشبه، تقريباً، الطريقة التي نستخدمها اليوم. إذ يمكن للشخص، بالتدريب، أن يقوم بعملية الضرب مستخدماً الترقيم الهندي أسرع من شخص يستخدم المعداد. والمبارزة ما بين الاثنين - مستخدم المعداد وما يسمى اللوغريتمي (algorists)، المستخدم للترقيم الهندي في القرون الوسطى - موازية لمبارزة كسباروف في مواجهة Deep Blue في لعبة الشطرنج (أنظر الشكل ١٥). في النهاية سيفوز اللوغريتمي كفوز Deep blue.

على الرغم من أن نظام الأرقام الهندي كان مفيداً لكل المهمات، من مثل الجمع، والضرب إلاّ أن تأثيره كان أعمق بكثير. أخيراً أصبحت الأرقام مستقلة عن الهندسة، وأصبحت تستخدم لأكثر من قياس الأشياء فقط. لم يرَ الهنود مربعات في الأرقام المربعة، أو مساحات مثلثات عندما يقومون بعملية ضرب قيم مختلفة كما رأى اليونانيون، بل رأوا تفاعل الأرقام إذ جُردت الأرقام من دلالتها الهندسية. كان هذا ولادة ما نعرفه اليوم كجبر. على الرغم من أن هكذا تركيبة عقلية منعت الهنود من مساهمتهم في الهندسة، لكن كان لهم تأثير آخر غير متوقع. لقد حررتهم، هذه التركيبة العقلية، من نقائص النظام الفكري اليوناني – ورفضهم للصفر.

ما إن سقطت الدلالات الهندسية عن الأرقام، لم يعد يقلق الرياضيون من أنه على العمليات الرياضية أن تنتج معنى هندسياً، ولا تسطيع إزالة ثلاثة فدادين أرض من رقعة حقل مساحته فدانين، لكن ما من شيء يمنعك من القيام بالعملية الحسابية 2 – 3. اليوم، نعلم أن ٢ - ٣ = ١ - : واحد سالب، وهذا لم يكن مرئياً، بتاتاً، لدى القدماء. لقد حلوا الكثير من المعادلات وفي مرات كثيرة حصلوا على نتيجة سالبة فيستنتجون أن إجابتهم لا معنى لها. وإذا ما كانت بالعبارات الهندسية: ما هي المساحة السالبة؟ بكل بساطة لا معنى لها عند اليونانيين.

الأرقام السالبة منطقية مسألة بالنسبة للهنود. لقد ظهرت فعلياً في الهند (وفي الصين). براهماغوبتا (Brahmagupta)، رياضي هندي في القرن التاسع، وضع قوانين تقسيم الأرقام على بعضها، أدخل السالبة منها، وكتب: «موجب تقسيم موجب، أو سالب تقسيم سالب إيجابي... وإيجابي تقسيم سلبي سلبي. وسلبي تقسيم إيجابي سلبي»، وهي القوانين التي نعمل بها اليوم: في تقسيم رقمين تكون الاجابة موجبة إن كانت إشارات الأرقام متشابهة.

كما أن نتيجة ٢ – ٣ هي رقم، كذلك كانت نتيجة 0 = 2 – 2، الصفر – ليس مجرد حاجز مكان ممثلاً مكاناً فارغاً على المعداد، بل الصفر رقم وله قيمة محددة، ومكان ثابت على خط الأرقام. بما أن 2 – 2 = 0، إذن، عليه ان يقع بين 1- و 1، وما من شيء آخر له معنى. لم يعد يجلس الصفر على يمين الـ٩، كما هو حال لوحة مفاتيح الكومبيوتر، للصفر موقع محدد في خط الأرقام، ولم يعد باستطاعة خط الأرقام التواجد بلا صفر وإلاّ أصبح بلا معنى كنظام رقمي بلا رقم ٢. أخيراً وصل الصفر.

وإن وجد الهنود أن الصفر رقم غريب جميل، لكل الأسباب الاعتيادية. فالصفر مضروب بأي رقم نتيجته صفر، إنه يمتص كل شيء في نفسه، وعندما تقسم به يتحرر الجحيم. حاول براهماغوبتا تخيل نتيجة 0 + 0 و 0 + 1، وفشل، فكتب «صفر مقسوم على صفر عدم (naught)، إيجابي أو سلبي مقسوم على صفر كسر في المقام» بعبارة أخرى أعتقد أن 0 ÷ 0 = 0 (كان مخطئاً كما سنرى)، واعتقد أن 0 ÷ 1 يكون: لا نعلم حقاً لأنه لا يعني الكثير من المنطق. لوّحَ في يديه آملاً أن تبتعد المشكلة.

لم يدم خطأُ براهماغوبتا طويلاً، ومع الوقت أدرك الهنود أن 0 ÷ 1 لا محدوداً، فقد كتب بهاسكارا (Bhaskara)، رياضي هندي في القرن ١٢،

مخبراً ما يحدث عندما تضيف صفراً إلى 0 ÷ 1 «هذا الكسر الذي مقامه صفر يعبر عنه باللامحدود، لا يوجد تعديل، على الرغم من إضافة أو طرح العديد، لأن لا شيء يحدث في اللامحدود والله غير قابل للتعديل».

وجد الله في اللانهاية – وفي الصفر.

الأرقام العربية

أَوَلا يذكرُ الإنسان أنّا خلقناه من قبلُ ولم يكُ شيئاً

القرآن الكريم

في القرن السابع تلاشى الغرب بسقوط روما ولكن الشرق في حينها بدأ يزدهر. خَفَت نمو الهند بظهور حضارة شرقية أخرى. مع أفول نجم الغرب في الأفق، سطع هناك نجم آخر ألا وهو الإسلام. قد يكون الإسلام أخذ الصفر من الهند – وقد يكون الغرب بالنتيجة أخذه من الإسلام – فكان تقدم الصفر إلى الصدارة ليبدأ في الشرق.

غَفَا محمد، ابن الـ٣٠ سنة[١] من مكة، في جبل حراء، في ليلة من عام ٦١٠، وفق الأسطورة وأخبره جبريل «إقرأ»! فعلها محمد وبدأ وحيه الإلهي مشعلاً نيراناً جامحة. فبعد عقد من وفاته، في عام ٦٣٢، فتح أتباعُه مصر، وسورية، وبلاد ما بين النهرين، وبلاد فارس وسقطت القدس، مدينة اليهود والمسيحيين المقدسة، ووصلوا بعيداً إلى نهر إندوس (Indus River) في الشرق، والجزائر في الغرب، وفي عام ٧١١ وصل المسلمون إسبانيا وتقدموا

(١) للتصويب: كان عمر نبي الإسلام في هذه الحادثة أربعون عاماً لا ثلاثون، وإن أشار هذا إلى شيء فإنه يشير إلى مدى عدم إلمام المؤلف بالتاريخ الصحيح للحضارة العربية – الإسلامية، وتظهر عدم معرفته وتحيزه في هذا الفصل في أكثر من مكان. المترجم

ليصلوا إلى فرنسا. كما هَزموا الصينيين في الشرق عام ٧٥١، وامتدت إمبراطوريتهم إلى أبعد ممّا كان يمكن أن يتخيله الإسكندر. وفي طريقهم باتجاه الصين فتحوا الهند وهناك تعلم العرب الأرقام الهندية.

تشرب المسلمون بسرعة حكمةَ الشعوب التي فتحوها. وبدأ علماء العرب بترجمة النصوص إلى اللغة العربية، وفي القرن التاسع أسس الخليفة المأمون مكتبة عظيمة: بيت الحكمة في بغداد، لتصبح مركزاً للتعليم في العالم الشرقي، والرياضي محمد بن موسى الخوارزمي من أوائل علمائها.

كتبَ الخوارزمي عدة كتب مهمة، من مثل الجبر والمقابلة، دراسة حول حل معادلات بمجهول واحد (elemantary equations)، (الجبر: يعني إلى حد ما «استكمال»)، فأعطانا كلمة الجبر التي نستخدمها اليوم. بالإضافة إلى ذلك كتب الخوارزمي كتاباً عن نظام الأرقام الهندية، ما سمح لنمط الأرقام الجديد أن ينتشر بسرعة في العالم العربي – مترافقاً مع انتشار اللوغرتميات (algorithms): حيل ضرب الأرقام وتقسيمها بسرعة. لقد كان اللوغريتم، في الواقع، إفساداً لاسم الخوارزمي. على الرغم من أن العرب أخذوا الترقيم من الهنود إلاّ أن بقية العالم سمى النظام الجديد للأرقام بالأرقام العربية.

تعود جذور كلمة صفر إلى نكهة هندوسية وعربية. عندما تبنى العرب الأرقام الهندو-عربية قبلوا تبني الصفر أيضاً. الكلمة الهندية للصفر سونيا (sunya) وتعني الفراغ، وهي التي قلبها العرب إلى لفظة صفر. وعندما وصف بعض سكولاستيي الغرب الأرقام الجديدة لزملائهم حولوا لفظ كلمة صفر (sifr) إلى كلمة بصوت لاتيني (zephirus)، وهي جذر

الكلمة الحالية لنطق (zero). بينما لم يغير بعض الرياضيين لفظ الكلمة إلى هذا الحد وينطقون بـ(cifra)، الكلمة التي أصبحت لاحقاً cipher. لقد كان الصفر مهماً جداً لمجموعة الأرقام الجديدة، حيث بدأت كل الشعوب تسمي أصفارها، والفرنسيون أسموه chiffre.

الغرب بعيداً جداً عن تبني الصفر عندما بدأ الخوارزمي بالكتابة عن نظام الأرقام الهندوسي. حتى العالم الإسلامي، بتقاليده الشرقية، كان ملوثاً إلى حد كبير بتعاليم أرسطو، والفضل يعود إلى فتوحات الإسكندر العظيم. لكنه بالرغم من ذلك، فإن ما أوضحه الرياضيون الهنود بشكل جلي هو أن: الصفر يجسد الفراغ، لذلك كان على المسلمين إن أرادوا تقبل الصفر، رفض أرسطو. وهذا ما فعلوه.

وصف موسى بن ميمون (Moses Maimonides)، سكولاستي يهودي في القرن الـ١٢، وصف الكلام[١] – معتقدات لاهوتيي الإسلام – برعب حيث لحظ أنه وبدل أن يقبل المسلمون إثبات الله بطريقة أرسطو، تحول سكولاستيو الإسلام إلى الذريين، المنافسين القدماء لأرسطو، الذين استطاعت عقيدتهم النجاة من ويلات الزمن. الذريون، كما تذكر، يعتقدون بأن المادة تتألف من جزئيات فردية تسمى الذرة، وكي تتحرك يجب أن يكون هناك فراغ في ما بينها وإلاّ تصادمت الذرات مع بعضها ولا تستطيع واحدة أن تفسح الطريق للأخرى.

فهمَ المسلمون أفكار الذريين، وكان الصفر قد أصبح في الأجواء، ومرة جديدة أصبح الفراغ فكرة محترمة. كره أرسطو الفراغ واحتاجه

(١) المقصود بـ «وصف الكلام»، علم الكلام (المترجم)

الذريون. الإنجيل يخبر عن الخلق من فراغ، والعقيدة اليونانية ترفض هذه الاحتمالية. خاف المسيحيون من قوة الفلسفة اليونانية فاختاروا أرسطو على الإنجيل، بينما فعلَ المسلمون العكس.

أنا هو أنا: العدم

العدم وجود، والوجود عدم... عقولنا المحدودة لا يمكنها التقاط أو فهم هذا لذا انضمت إلى اللانهاية

(عزرائيل بن إبراهيم)

- AZRAEL OF GERONA

اعتبر الصفر شعار التعاليم الجديدة لرفض أرسطو، وقبول الفراغ واللامحدود. ومع انتشار الإسلام انتشر الصفر في البلاد التي سيطروا عليها، وأينما حل الصفر تعارض مع عقيدة أرسطو، وصارع العلماء المسلمون صراع كرّ وفرّ مع الصفر حتى القرن الـ١١ عندما أعلن الفيلسوف المسلم أبو حامد الغزالي: يجب أن يُحكم بالموت على كل متشبث بعقيدة أرسطو، وخفَت النقاش إلى فترة قصيرة من بعدها.

ليس مستغرباً أن يُحدث الصفر هكذا خلاف. فالمسلمون بخلفيتهم الساميّة، والشرقية، يعتقدون بأن الله خلق الكون من عدم – عقيدة لا يمكن تقبلها أبداً إن شارك الناس كُره أرسطو للفراغ وللامحدود. ومع انتشار الصفر في الأرض العربية احتضنه المسلمون ورفضوا أرسطو، وتلاهم اليهود.

تمركزت حياة اليهود في الشرق الأوسط، ما يقرب ألف سنة، ولكن في القرن الـ١٠ شهدوا فرصة في إسبانيا. فقد كان لدى الخليفة عبد الرحمن

الثالث وزير يهودي جلب معه عدداً من المثقفين من بابل، ومن بعدها مباشرة ازدهرت مجموعة يهودية في إسبانيا الإسلامية.

كان يهود القرون الوسطى في إسبانيا وفي بابل، متمسكين بحزم بعقائد أرسطو، مثل نظرائهم المسيحيين، رافضين الاعتقاد باللامحدود أو الفراغ. لكن بتعارض فلسفة أرسطو مع التعاليم الإسلامية، تعارضت بدورها مع لاهوتية اليهود. وهذا ما دفع ميمون، حاخام في القرن ال ١٢، لكتابة مجلده ليوفق بين الساميّة والتوراة الشرقية، مع الفلسفة الغربية الإغريقية التي اجتاحت أوروبا.

تعلم ميمون من أرسطو، إثبات وجود الله من خلال رفض اللا محدود، معيداً إنتاج الحجج اليونانية بكل صدق. فزعم ميمون أن الكرة التي تدور حول الأرض، يجب أن تُحرك بشيء ما؛ ولنقل إنها الكرة التي تليها في الخارج. لكن هذه الكرة عليها أن تُحرك – كرة الخط الثاني بشيء ما، ولعدم وجود عدد لا محدود من الكرات (لأن اللانهاية مستحيلة) على شيء ما عليه أن يُحرك أبعد كرة، وكان هذا المحرك الأول: الله.

كانت فعلاً حجج ميمون «إثباتاً» على وجود الله – وهو شيء يستحق التقدير في أي لاهوت. إلاّ أن التوراة وتقاليدساميّة أخرى كانت مفعمة، في الوقت عينه، بأفكار اللامحدود والفراغ، وهي أفكار اعتنقها المسلمون. لقد حاول ميمون إعادة تشكيل الكتاب المقدس السامي ليتلاءم مع العقيدة اليونانية: عقيدة تخاف الفراغ بشكل غير منطقي، وهذا أيضاً ما حاول فعله القديس أوغسطينوس (Augustine). ولم يكن ميمون كالمسيحيين الأوائل

الذين حرروا أنفسهم كي يفسروا أجزاء من العهد القديم (Old Testament) بالمعنى المجازي (metaphor)، بل ان رغبة ميمون الهيلينية (نسبة إلى العصر الهيليني) لم تكن دينه بالكامل، فالتقاليد الحاخامية أجبرته على قبول رؤية الكتاب المقدس لخلق الكون من فراغ. وهذا بدوره يعني التناقض مع أرسطو.

حاجج ميمون بأن هناك عيوباً في إثبات أرسطو أن الكون دائم الوجود. على كل حال هذا يتعارض مع الكتب المقدسة، ممّا يعني أن على أرسطو الرحيل. قال ميمون: إنّ فعل الخلق أتى من العدم، فكان creatio ex nihils (خلق من لا شيء «من العدم») على الرغم من حظر الأرسطيين للفراغ. بهذه الصدمة انتقل الفراغ من مدنس إلى مقدس.

لدى اليهود شكلت السنوات بعد وفاة ميمون عصر العدم. انتشرت عقيدة جديدة في القرن ١٣: القبلانية* (kabbalism)، أو التصوفية اليهودية، التي أحد أبرز نقاطها الأساسية «علم الأعداد اليهودي» (gematria) – البحث عن رسائل مشفرة في التوراة. استخدم العبريون أحرفاً من أبجديتهم ليمثلوا الأرقام، كما فعل اليونانيون من قبل، لذا لكل كلمة قيمة رقمية، وهذا ما يمكن استخدامه لتفسير المعاني الخفية للكلمات. على سبيل المثال، ربما لاحظ المشاركون في حرب الخليج أنه كان لدى صدام القيم التالية: سماح ٦٠ + ألف ١ + دالد ٤ + ألف ١ + ميم ٦٠٠ = ٦٦٦، وهذا رقم يربطه المسيحيون بوحش شيطاني يظهر خلال نهاية العالم (سواء أكان لدى صدام دالد ١، أم دالدين، فلا فرق بالنسبة للقبلانيين الذين يستخدمون، دائماً، تفسيرات بديلة للكلمات لتكون المجاميع صحيحة). يظن القبلانيون أن الكلمات والعبارات التي لها القيمة الرقمية عينها ترتبطان بشكل روحاني.

على سبيل المثال، نص في سفر التكوين، ٤٩:١٠ «الصولجان لن يبعد عن يهوذا... حتى يأتي شيلوه (Shiloh)»، والعبارة العبرية «إلى أن يأتي شيلوه» قيمتها ٣٥٨، وقيمتها مماثلة في العبرية لكلمة مسيح (Meshiach)، لذا تبشر بقدوم المسيح. في عقيدة القبلانية هناك أرقام مقدسة وأرقام شيطانياً فبحثوا في الكتاب المقدس عن هذه الأرقام والعبارات المخفية التي يمكن أن يجدوها من خلال مسحه بطرق مختلفة. أفضل كتاب مباع، حالياً، في الأسواق هو «رمز الكتاب المقدس» (the Bible Code)، الذي يزعم العثور على النبوءات من خلال هذه الطريقة.

القبلانية أكثر من مجرد مضغ الأرقام بصوت عال، لقد كانت تقاليد روحانية إلى حد أن أحد المفكرين وصفها بأنها تحتوي على مضمون هندوسي كبير. فعلى سبيل المثل، خضعت القبلانية لفكرة ازدواجية طبيعة الله. والعبارة العبرية (ein sof)، وتعني «اللامحدود» مثلها مثل أحد مظاهر الله، الجزء من المعبود الذي صنع الكون ونفذ إلى كل زاوية منه. لكن له، في الوقت عينه، اسم آخر هو (ayin) (ع)، ويعني «العدم»، أيضاً. يسير اللامحدود والفراغ مع بعضهما، وكلاهما جزء من الخالق السماوي. بالإضافة إلى ذلك فإن كلمة (ayin) (ولها القيمة الرقمية عينها) بالنسبة لأحرف الكلمة العبرية (aniy) تعني «أنا»، وهي عبارة عن إعادة ترتيب لكمة (ayin). قد تكون تعني بشكل أوضح: الله يقول، بشكل مرمز «أنا العدم»، وفي الوقت عينه، اللا محدود.

كما وضع اليهود على حساسيتهم الغربية مقابل الكتاب المقدس الشرقي، كانت المعركة نفسها في طريقها إلى العالم المسيحي. تصارعوا مع

المسلمين – خلال حكم شارلمان (Charlemange reign)* في القرن التاسع والحروب الصليبية في القرون الـ١١ و١٢ و١٣ – وحمل الرهبان المحاربون، والعلماء، والتجار معهم الأفكار الإسلامية إلى الغرب. اكتشف الرهبان أن الأسطرلاب (astrolabe)* وهو اختراع عربي، أداة مفيدة لتتبع الوقت في المساء، ومساعدة لهم للحفاظ على صلواتهم وفق المواعيد. كما أن الاسطرلابات غالباً منقوش عليها بالأرقام العربية.

على الرغم من إعجاب البابا سيلفستر الثاني (Sylvester II)، في القرن الـ١٠، بالأرقام الجديدة لكنها لم تحظَ بالشهرة. ربما يكون البابا عرف الأرقام خلال زيارته لإسبانيا، وأحضرها معه عندما عاد إلى إيطاليا. لكن النسخة التي عرفها لم يوجد فيها صفر – لأنه لو كان الصفر فيها لكانت شهرتها أقل. في حينها كان أرسطو لا يزال ممسكاً بالفكر الكنسي، وبمفكريها المهيمنين، كباراً كانوا أم صغاراً، يرفضون اللامحدود والفراغ. وأعلن القديس توما الأكويني (Thomas Aquinas)، مع قرب انحسار الصليبية في القرن الـ١٣، إن الله لا يمكنه خلق شيء من لا محدود أكثر من خلق حصان متعلم. لكن هذا تضمن أن الله كان قادراً على كل شيء – فكر محرم في لاهوت الكنيسة.

دعا إتييني تمبيه (Etinne Tempier)، أسقف باريس عام ١٢٧٧، إلى اجتماع للمفكرين لمناقشة الأرسطية، أو بالأحرى، لمهاجمتها، مانعاً أي عقيدة أرسطية تتعارض مع الله كلي القدرة وأفكار أخرى مثل: «الله لا يستطيع تحريك السماوات بخط مستقيم لأن هذا يخلف الفراغ من بعد تحريكها» (الكرات التي تدور لا تسبب مشكلة، لأنها سوف تبقى تحتل المكان عينه.

لكن عندما تحرك الكرة بخط مستقيم حينها تجبر على وجود مكان لتنقل السموات إليه، ومجبر على وجود مكان خلفها بعد تحريكهم). الله يمكنه خلق الفراغ إن شاء، وفجأة أصبح الفراغ مسموحاً لأن المعبود الكلي القدرة ليس بحاجة لاتباع قوانين أرسطو إن لم يكن يريد هذا.

لم تكن تصريحات تمبيه الطلقة الأخيرة على فلسفة الأرسطيين، بل أشارت، بكل تأكيد، إلى أن الأسس بدأت بالتشقق. فقد تمسكت الكنيسة بأرسطو لقرون قليلة من بعدها، ولكن بدأ سقوط أرسطو وصعود الفراغ واللامحدود. أصبح الوقت ملائماً لوصول الصفر إلى الغرب. في أواسط القرن الـ١٢ كان أول تبني لجبر الخوارزمي قد بدأ بشق طريقه عبر إسبانيا، وإنكلترا ومن ثم بقية أوروبا. وكان الصفر على الطريق في الوقت الذي كانت فيه الكنيسة تكسر أصفاد الأرسطية، ووصل.

فوز الصفر

فكرة عميقة ومهمة تبدو لنا بسيطة جداً الآن؛ لذا نتجاهل جدارتها الحقيقية. لكن بساطتها وصومها العظيم عن كل الحسابات تضع حساباتنا في المقام الأول للإفادة من مخترعاتها

(بيير سيمون لابلاس

PIERRE-SIMON LAPLACE-

في البدء رفضت المسيحية الصفر لكن التجارة استلزمته. أعاد ليوناردو من بيسا (Leonardo of Pisa)*، تقديم الصفر إلى الغرب، وليوناردو، مشهور أيضاً باسم فيبوناتشي (Fibonacci)، ابن تاجر إيطالي

سافر إلى شمال إفريقيا ودرس فيها الرياضيات على أيدي المسلمين وأصبح فيما بعد رياضياً مشهوراً.

أكثر ما يُذكر عن فيبوناتشي أنه توقف عند مشكلة سخيفة في كتابه (Liber Abaci)، نُشر عام ١٢٠٢، إذ تخيل أن مزارعاً لديه زوج من خِرنِق (صغير الأرنب) الأرانب يستغرقان شهرين للنضوج، ومن بعد نضوجهما ينجبان زوجين آخرين في بداية كل شهر. مع النضوج والتكاثر مجدداً لهذه الأرانب كم زوجاً من الأرانب يكون لدينا في وقت ما من الشهر؟

حسناً خلال الشهر الأول لدينا زوج واحد منها، ولأنها لم تنضج بعد لذا لا يمكنها التكاثر. وخلال الشهر الثاني ما زال لدينا زوج واحد فقط. لكن مع بداية الشهر الثالث يتكاثر أول زوج: أصبح لدينا زوجين منهما.

في بداية الشهر الرابع، يتكاثر الزوجان الأولان مجدداً، ولم يكن قد نضج الزوجان التاليان بما يكفي ليتكاثرا: أصبح لدينا ٣ أزواج.

في الشهر التالي يتكاثر أولُ زوجين، والزوجان التاليان يتكاثران أيضاً لأنهما وصلا إلى مرحلة النضوج، لكن الزوج الثالث ما زال صغيراً، ما يعني زوجين إضافيين من الأرانب: مجموع الأزواج أصبح ٥. ويصبح عدد الأرانب على الشكل التالي: ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، ١٣، ٢١، ٣٤، ٥٥،...، فيكون عدد الأرانب في أي شهر عبارة عن مجموع الأرانب التي لديك في الشهرين السابقين. أدرك الرياضيون مباشرة أهمية هذا التسلسل. خذ أي فترة وقسِّمها على سابقتها، على سبيل المثال 8/5 = 1.6, 13/8 = 1.625, 21/13 = 1.61538, إلخ... تقترب هذه النسب من عدد ممتع بالتحديد: النسبة الذهبية التي تساوي ...1.61803

لحظ فيثاغوراس أن الطبيعة تبدو محكومة بالنسبة الذهبية، واكتشف فيبوناتشي التسلسل المسؤول عنها في حجم غرف حيوان البحار، ورقم تشققات فاكهة الأناناس، باتجاه عقارب الساعة وعكسها، كلها محكومة بهذا التسلسل. لذا نسبها تقترب من النسبة الذهبية.

على الرغم من أن هذا التسلسل مصدر شهرة فيبوناتشي، لكن كان لكتابه (Liber Abaci) هدف أهم من تزاوج الحيوانات. لقد تعلم رياضياته من المسلمين، لذا عرف الأرقام العربية وضمناً الصفر. ففي كتابه أضاف نظاماً جديداً للصفر وقدمه إلى أوروبا. أظهر الكتاب مدى فائدة الأرقام العربية للحسابات المعقدة، وبسرعة التقط التجار والمصارف النظام الجديد، وضمناً الصفر.

كان على المتعاملين بالأموال القيامُ بأعمالهم مستخدمين المعداد، أو لوح العد قبل قدوم الأرقام العربية. أطلق الألمان على لوح العد تسمية Rechenbank (بنك الحوسبة)، لذلك نطلق اليوم تسمية المصارف (banks) على مقرضي الأموال. في حينها كانت الطرق المصرفية بدائية، لم يستخدموا فيها لوح العدّ فقط، بل استخدموا عصيذ الرصيد (tally sticks) لتسجيل القروض، حيث تدون قيمة الأموال على أحد جانبي العصا، وتقسم إلى قسمين (أنظر الشكل ١٦)، والمقرض يحتفظ بالجزء الأكبر من العصا، وتعرف باسم سهم (stock)، فهو في النهاية مساهم (stockholder)[1].

---

(١) تسببت عصا القروض بمشاكل لا تنتهي. وقد استخدم (English Exchequer) العصا، بأشكالها المتنوعة، لكتابة حساباته حتى عام ١٨٢٦. وكتب تشارلز ديكنز عنها.

أحبَ التجار الإيطاليون الأرقام العربية، التي سمحت للمصرفيين التخلص من لوح العد. مع أن رجال الأعمال شاهدوا منافع الأرقام العربية، إلاّ ان الحكومات المحلية كرهتها. حظرت فلورانسا، عام ١٢٩٩، استخدام الأرقام العربية مدّعية أن سبب الحظر هو سهولة تغيير هذه الأرقام وتزويرها (على سبيل المثال: 0 يمكن أن يتحول إلى 6 بشخطة قلم بسيطه). لكن لم يكن من السهل الاستغناء عن منافع الصفر وبقية الأرقام العربية، فقد استمر التجار الإيطاليون باستخدامها، وحتى استخدموها في إرسال رسائل مشفرة – ومنها اشتقت كلمة cipher وتعني «الرمز السري».

في النهاية، تراجعت الحكومات عن قرارها أمام مواجهة الضغط التجاري، وسمح بالرموز العربية في إيطاليا وسرعان ما انتشرت في كل أوروبا. وصل الصفر – كما فعل الفراغ. الجدار الأرسطي كان يتصدع، والفضل بهذا يعود لنفوذ المسلمين والهندوس، وحتى أقوى الحلفاء الأوربيين الداعمين للأرسطية، خلال فترة عام ١٤٠٠، بدأ الشك يساورهم. حاول توماس برادواردين (Thomas Bradwardine)، رئيس أساقفة كانتربيري، أن يثبت خطأ الذريين، الأعداء القدماء لأرسطو، متسائلاً، في الوقت عينه، عما إذا كان منطقه خاطئاً لأنه اعتمد في حججه على الهندسة كون التقسيم اللامحدود للخط يرفضه الذريون مباشرة. إلاّ أن انتهاء المعركة ضد أرسطو ما زال بعيداً. إذا سقط أرسطو، فإن إثبات الله – حصن الكنيسة – لم يعد صالحاً، وولا بد من الحاجة إلى إثبات جديد.

الأسوأ من هذا إذا كان الكون لا محدوداً فإنه يعني عدم وجود مركز، حينها: كيف للأرض أن تكون مركز الكون؟ الإجابة وجدت بالصفر.

الفصل الرابع
إله اللانهاية للعدم
لاهوتية الصفر

وفلسفة جديدة تشكّ بكل شيء

أُطفِئَ عنصر النار

ضاعت الشمس والأرض، ولا ذكاء بشري

يشرده... أين يبحث عنه

تحطم إلى قطع وذهب المنطق

كله مجرد امدادات، وعلاقات نُست

أمير، رعية، أب، أبن... أشياء

(جون دون: علم تشريح العالم)

- JOHN DONNE, "AN ANATOMY OF THE WORLD"

باستيقاظ أوروبا المتمهل من العصور المظلمة كان الصفر واللامحدود والفراغ في قلب عصر النهضة (Renaissance)، فدمرت الأسس الأرسطية الكنسية للامحدود وللفراغ – والعدم ولكل شيء، وفتح الطريق أمام الثورة العلمية.

كانت البابوية متعامية عن الخطر، وفي البدء تعامل رجالُ الدين أصحاب المراكز المرموقة مع الأفكار الخطيرة للفراغ واللامحدود، على الرغم من أن هذه الأفكار تضرب قلب الفلسفة اليونانية التي تبجلها الكنيسة. ظهر الصفر في منتصف كلّ رسم في عصر التنوير، وأعلن الكاردينال أن الكون لا محدود – لا حدود له، إلاّ أن علاقة الحب مع الصفر واللامحدود لم تدم طويلاً.

عندما هُددت الكنيسة، تراجعت إلى فلسفتها القديمة، وعادت إلى العقيدة الأرسطية التي دعمتها لسنوات عدة. ولكنها تأخرت كثيراً. لقد احتل الصفر مكانه في الغرب على الرغم من اعتراض البابوية، وكان قوياً جداً كي يُبعد مجدداً. وقع أرسطو في اللامحدود والفراغ، وكذلك إثبات وجود الله.

بقي للكنسية خيار واحد فقط: قبول الصفر واللامحدود. للمتدين، فعلياً، يمكن لله أن يوجد مختبئاً في الفراغ واللامحدود.

تحطُّم قشرة الجوز

يا ألله يمكن أن أكون محصورا بجوزة وأعتبر نفسي ملك الفضاء اللانهائي، أليس هذا بحلم مزعج.

(وليم شكسبير: هاملت)

- WILLIAM SHAKESPEARE, *HAMLET*

في بداية عصر النهضة، لم يكن ظاهراً أن الصفر يمكنه تشكيل خطر على الكنيسة، لقد كان أداة فنية، لا شيء لا محدود بشّرَ في عصر النهضة بفن بصري.

كانت اللوحات والرسومات، قبل القرن الـ١٥، جامدة بشكل كبير ولا حياة فيها، والأشكال فيها مشوهة ببعدين: فرسانٌ ضخام جامدون (بلا روح) يختلسون النظر من قلاع صغيرة مشوهة (أنظر الشكل ١٧)، وحتى أبرع الرسامين رسم منظر واقعي، ولم يعرف كيف يستخدمون قوة الصفر.

فيليبو برونلستشي (Filippo Brunelleschi) مهندس معماري إيطالي، أول من شرح قوة الصفر اللامحدودة: ورسم رسمة واقعية مستخدماً نقطة متلاشية.

النقطة، وفق التعريف، هي صفر – يعود الفضل في هذا إلى مفهوم البُعد (dimension). نتعامل، في حياتنا اليومية، مع الأشياء ذات الأبعاد الثلاثة (فعلياً كشف أينشتاين أن للعالم أربعة أبعاد، سنتحدث عن هذا في فصل لاحق). الساعة على خزانتك، فنجان القهوة الذي تشربه في الصباح، الكتاب الذي تقرؤه الآن – كلها أشياء ذات ثلاثة أبعاد. تخيل الآن، أن يداً ضخمة سقطت وهشّمت الكتاب وأصبح مسطحاً، فبدل أن يكون الكتاب ثلاثي الأبعاد أصبح الآن مسطحاً ومستطيلاً عريضاً. لقد فقدَ بُعداً، وأصبح لديه طول وعرض بلا ارتفاع. إنه الآن ببعدين. كذلك الأمر، تخيل أن هذا الكتاب، الذي أصبح ببعدين فقط، مُدار إلى جانبه وقد هشّم مرة أخرى باليد عينها، حينها لا يعود مستطيلاً، بل خطاً. مجدداً خسر بُعداً، ولم يعد لديه طول وعرض، بل أصبح لديه طول فقط، شيء ببعد واحد فقط. ويمكنك التخلص من هذا البعد المتبقي. اسحق طوله فيصبح الخط نقطة، لا شيء متناهي الصغر من دون طول، ومن دون عرض، ومن دون ارتفاع. النقطة شيء بأبعاد صفر (zero dimensional object).

وضع برونلستشي، عام ١٤٢٥، هكذا نقطة في مركز لرسم بناء فلورنتين المشهور، بابتستري (Baptistery)*. هذا البناء بأبعاد صفر، نقطة متلاشية، نقطة متناهية في الصغر على لوحة تمثل بقعة لا محدودة وبعيدة جداً عن الناظر إليها (أنظر الشكل ١٨). مع تراجع الأشياء إلى مسافة في اللوحة، أصبحت أشكال اللوحة أقرب فأقرب إلى النقطة المتلاشية، وكلما ابتعدت عن الناظر أصبحت أكثر انضغاطاً إلى اللوحة. كل شيء بمسافات كافية – أشخاص، أشجار، أبنية – يتقلص إلى أبعاد صفر ويختفي. يحتوي الصفر في مركز اللوحة على فضاء لا متناهٍ.

يحّول هذا الشيء الذي يبدو متناقضاً لوحة برونلستشي إلى مشهد رائع ثلاثي الأبعاد لبناء بابتستري وغير متميز عن الحقيقي. عندما استخدم برونلستشي المرآة للمقارنة ما بين اللوحة والمبنى، فإن الصورة المنعكسة طابقت تماماً هندسة المبنى. لقد حولت النقطة المتلاشية رسماً ببعدين إلى محاكاة كامل البناء بأبعاد ثلاثة.

ليس مصادفة أن الصفر واللانهاية مترابطان في نقطة متلاشية. مثل الضرب بصفر الذي يسبب بانهيار خط الأرقام إلى نقطة، فإن النقطة المتلاشية تسببت أن يجلس معظم الكون في نقطة صغيرة. هذه «الفردية» (singularity)، هي فكرة أصبحت، لاحقاً، مهمة جداً في تاريخ العلم؛ لكن في المرحلة الأولية لم يعرف الرياضيون سوى أكثر بقليل عن الفنانين حول خواص الصفر. في الواقع كان الفنانون، في القرن الـ١٥، رياضيين هواة. فقد كتب ليوناردو دافينشي (Leonardo Da Vinci) دليلاً لرسم المشهد (perspective)، وحذر في كتاب آخر له عن الرسم «لا تدع غير الرياضيين

يقرؤون كتابي». أجاد هؤلاء الفنانون – الرياضيون تقنيات المشهد، واستطاعوا رسم أشياء عشوائية بأبعاد ثلاثة، ولم يعودوا محصورين بالمسطحات. لقد حول الصفر عالم الفن.

كان الصفر حَرفِياً، في مركز لوحة برونلستشي. واشتغلت الكنيسة، أيضاً، بالصفر واللامحدود، مع أن عقيدتها ما زالت تعتمد على الأفكار الأرسطية. ونظر نيكولاس الكوزاني (Nicholas of Cusa)، كردينال ألماني معاصر لبرونلستشي، إلى اللانهاية وقال فوراً: «الأرض ليست في مركز الكون». لم تدرك الكنيسة، في حينها، مدى خطورة الفكرة وثوريتها.

فرادة الأرض واحدة من تصريحات القرون الوسطى للعقيدة الأرسطية القديمة – توازي قوتها قوة منع الفراغ. الأرض مركز الكون، وموقعها المميز في مركز الكون جعلها العالم الوحيد الذي يحتوي على الحياة، كما اعتقد أرسطو أيضاً، أن كل الأشياء سعت لتأخذ مكانها الملائم. الأجسام الثقيلة، من مثل الصخور والبشر، تنتمي إلى الأرض، والخفيفة منها، من مثل الهواء، تنتمي إلى السماوات. لم يتضمن ذلك أن الكواكب - في السماوات - كانت من ضوء، ومواد هوائية فقط، بل تعني أيضاً أن أي شخص في السماوات من الطبيعي أن يسقط إلى الأرض.

عندما أعلن تمبيه أن الله كلي القدرة يمكنه خلق الفراغ إن أراد، أصر على أن الله يمكنه كسر أي قانون أرسطي. يمكن لله أن يخلق حياة في عوالم أخرى إن أراد، ويمكن أن يكون هناك الآلاف من الأرض كل منهم يزخر بمخلوقاته، وبالتأكيد تحت سلطة الله سواء أقَبِل أرسطو أم رفض.

كان نيكولاس الكوزاني جريئاً جداً ليقول إن الله فعل ذلك، «نؤمن بأن ولا واحدة منها محروم من سكانه»، وكسيت السماء بعدد لا محدود من النجوم، وتوهجت الكواكب في السماوات، وتوهج كل من القمر والشمس بالضوء. لِما لا يمكن للنجوم في السماء أن تكون كواكب أو أقماراً أو شموساً بذاتها؟ ربما تتوهج الأرض في سماوات تلك النجوم، كما تتوهج هي في سماواتنا. لقد كان نيكولاس متأكداً من أن الله، فعلاً، قد خلق عدداً لا محدوداً من العوالم الأخرى، ولم تعد الأرض مركز الكون. إلاّ أن نيكولاس لم يُعلن أنه كافر، ولم تقم الكنيسة بردة فعل على الفكرة الجديدة.

في هذه الأثناء، حَوّلَ نيكولاس آخر، فلسفة الكوزاني إلى نظرية علمية. فقد بَيّنَ نيكولاس كوبرنيكوس أن الأرض ليست مركز الكون، بل تدور حول الشمس.

تعلم كوبرنيكوس، راهب بولندي وفيزيائي، الرياضيات كي يستطيع تجميع الجداول الفلكية بطريقة أفضل ليعالج مرضاه بها. عمله بالكواكب والنجوم بَيّنَ له مدى تعقيد النظام اليوناني القديم لتتبع الكواكب. لقد كان تناغم السماوات - مع الأرض في المركز - عند بطليموس دقيقاً ومعقداً جداً. تجول الكواكب السماء خلال السنة، ولكنها تتوقف بين الفترة والأخرى، وتتحرك إلى الخلف، ومن ثم تنطلق إلى الأمام مجدداً، فأضاف بطليموس لحساب السلوك الغريب للكواكب «أفلاكاً تدويرية» (epicycles)* من أجل صنع ساعته الكوكبية: دوائر صغيرة ضمن الدوائر يمكنها تفسير الحركة إلى الخلف، أو الحركة التراجعية (retrograde) للكواكب (أنظر الشكل ١٩).

قوة فكرة كوبرنيكوس هي ببساطتها. فبدلاً من وضع الأرض في مركز الكون المملوء بأفلاك تدويرية لملء عمل ساعته، تخيل كوبرنيكوس أن الشمس هي المركز والكواكب تتحرك بدوائر بسيطة، وتبدو أنها تبتعد إلى الخلف عندما تتجاوزها الأرض، ولا حاجة لأفلاك تدويرية. ومع أن نظام كوبرنيكوس لا يتوافق تماماً مع المعلومات – لأن المدارات الدائرية كانت خاطئة – وفكرة مركزية الشمس كانت صحيحة – وأسهل بكثير من نظام بطليموس. الأرض تدور حول الشمس.

حطّم نيكولاس الكوزاني، ونيكولاس كوبرنيكوس قشرةَ جوزِ كونِ أرسطو وبطليموس، وفتحها. لم تعد الأرض متخفية بشكل مريح في مركز الكون، ولم يعد هناك قشرة تحتوي الكون. ذهب الكون إلى اللامحدود، منقط بعوالم غير معدودة، كل منها مسكون بمخلوقات غريبة. لكن كيف لروما ادعاء أنها الكرسي الحقيقي لكنيسة واحدة، وسلطتها غير قادرة على التمدد إلى أنظمة شمسية أخرى؟ هل كان هناك بابوات آخرون على كواكب أخرى؟ كان هذا مشهداً قاتماً للكنيسة الكاثوليكية، وبخاصة انها بدأت تواجه مشاكل مع أتباعها حتى ضمن عالمها.

نشر كوبرنيكوس مؤلفه الضخم وهو على فراش الموت – عام ١٥٤٣، قبل أن تبدأ الكنيسة بالتحامل على الأفكار الجديدة. أُهدي كتاب كوبرنيكوس (De Revolutionibus) (الكتاب في دورات الكواكب السماوية إلى البابا بولس الثالث (Paul III). لم تعد الكنيسة تحتمل الهجوم ونتائج الأفكار الجديدة – واستجواب أرسطو.

بدأ الهجوم جدياً على الكنيسة عام ١٥١٧، بتعليق لائحة من الشكاوي على باب كنيسة في فيتنبرغ (Wittenberg) من راهب ألماني وقصة أنه مصاب بالإمساك قصة خرافية (قصة ان لوثر كان مصاباً بالإمساك كانت خرافية، ويعتقد بعض المفكرين أن إلهامه بشأن الإيمان أتى وهو جالس على سريره، حيث ملاحظات نصية تقول: «تحرر لوثر من قيود خوفه يعود إلى تحرره من مشاكل أمعائه» تعليقاً على نظريته)، وكانت هذه بداية الإصلاح (reformation): بدأ المثقفون في كل مكان برفض سلطة البابا. في ثلاثينيات العام ١٥٣٠ بُحِث تأمين انتقال بلا فوضى للتاج، وقد رفض هنري الثامن (Henry VIII) سلطة البابا بإزدراء معلناً نفسه رئيس رجال الدين الانكليز.

على الكنيسة أن تهجم مجدداً على الرغم من تجاربها مع فلاسفة آخرين عدة قرون، وعندما تُهدد بالانشقاق تعود إلى أرثوذكسيتها مجدداً، وتعود إلى تعاليمها الأرثوذكسية فلسفات ذات قاعدة أرسطية للمفكرين من أمثال القديس أوغسطينوس وبوثيوس، كما تعود إلى إثبات أرسطو لله، وحينها لا يعود باستطاعة الكردينلات ورجال الدين التشكيك بالعقيدة القديمة. الصفر كفر، وفكرة الكون قشرة جوز يجب أن تُقبل، ويجب أن يرفض الفراغ واللامحدود. تأسست إحدى المجموعات الأساسية التي نشرت هذه التعاليم في ثلاثينيات العام ١٥٣٠، باسم «اليسوعيون» (the Jesuit order)* وهي مجموعة من المثقفين المدربين بكفاءة عالية وملائمة تماماً، لمهاجمة البروتستانتية. كما أن لدى الكنيسة أدوات أخرى لمحاربة الإلحاد: محاكم التفتيش الإسبانية (Spanish Inquisition) التي بدأت بحرق البروتستانتيين عام

١٥٤٣، السنة عينها التي توفى بها كوبرنيكوس، وأصدر فيها البابا بولس الثالث فهرس الكتب المحرمة. كانت الثورة المضادة محاولة الكنيسة لإعادة بناء النظام القديم بسحق الأفكار الجديدة. فكرة الأسقف أتينيه تمبيه في القرن الـ١٣، والكاردينال نيكولاس الكوزاني في القرن الـ١٥، فكرة يمكن أن تعني الحكم بالإعدام في القرن الـ١٦.

هذا ما حدث لسّيء الحظ جيوردانو برونو (Giordano Bruno). نشر برونو، وهو رجل دين من الدومنيكان، عام ١٥٨٠، كتابه (On the Infinite Universe and Worlds) (في الكون والعوالم اللامحدودة)، اقترح فيه، كما فعل نيكولاس الكوزاني، أن الأرض ليست في مركز الكون وهناك عوالم لا محدودة مثل عالمنا. فأُعدم حرقاً على خازوق. في عام ١٦١٦، أمرت الكنيسة، غاليليو غاليلي (Galileo Galili)، كوبرنيكوس آخر، بالتوقف عن أبحاثة العلمية، وفي السنة عينها وضع كتاب كوبرنيكوس (De Revolutioibus) على فهرس الكتب المحرمة. واعتبر الهجوم على أرسطو كهجوم على الكنيسة.

لم يكن سهلاً تدمير الفلسفة الجديدة على الرغم من الثورة المضادة التي قادتها الكنيسة بل قويت مع مرور الزمن، والفضل يعود إلى متابعي أبحاث كوبرنيكوس. حيث صقل يوهانس كبلر (Johannes Kepler)، راهب وعالم فلكي، في بداية القرن الـ١٧، نظرية كوبرنيكوس، وجعلها أكثر دقة من نظام بطليموس. فبدل تحرك الكواكب، ضمناً الأرض، في دوائر قال إنها تتحرك في قطوع ناقصة (ellipses) حول الشمس، وهذا ما فسر حركة الكواكب في السماوات بدقة متناهية. لم يعد في استطاعة الفلكيين

رفض نظام مركزية الشمس والقول إنه أدنى من النظام الهندسي. لقد كان نظام كبلر أسهل من نظام بطليموس وأكثر دقة منه. وتسيَّد نظام نظام كبلر، أي مركزية الشمس، على الرغم من اعتراضات الكنيسة عليه وسبب التسيد: أن كبلر مصيب وأرسطو مخطىء.

حاولت الكنيسة ترقيع فجوات الأسلوب القديم من التفكير، لكن أرسطو العالم الهندسي، وأسلوب الحياة الإقطاعي أصيبا بجروح مميتة. وأُخذت الفلسفة لألف سنة على أنها مضمونة فأصبحت في دائرة الشك. لا يمكن الثقة بالنظام الأرسطي ولا يمكن رفضه في الوقت عينه. إذن، ما الذي يؤخذ على المضمون؟ حرفياً لا شيء.

الصفر والفراغ

بمعنى ما أنا لا شيء ما بين الله والعدم

(رينه ديكارت: مقال عن المنهج)

- RENÉ DESCARTES, *DISCOURSE ON METHOD*

الصفر واللامحدود في قلب الحرب الفلسفية خلال القرنين الـ ١٦ والـ١٧. وأضعف الفراغ فلسفة أرسطو، وساعدت فكرة الأكوان الكبيرة اللامحدودة على بعثرة لب الكون. إذ لا يمكن للأرض أن تكون مركزاً لخلق الله، ومع فقدان البابويه السيطرة على رعيتها حاولت الكنيسة الكاثوليكية رفض الصفر والفراغ بصرامة أكثر مما سبق، إلاّ ان جذور الصفر كانت قد ترسخت أكثر. حتى أكثر المثقفين ورعاً –اليسوعيون – تشتتوا بين الأرسطية القديمة والفلسفات الجديدة التي تتضمن الصفر والفراغ، اللامحدود واللانهاية.

دُرب رينيه ديكارت (Rene Descartes) كيسوعي، متشتتاً ما بين القديم والجديد أيضاً. ورفض الفراغ لكنه وضعه في قلب عالمه. ولد ديكارت عام ١٥٩٦ في وسط فرنسا، جالباً الصفر إلى مركز خط الأرقام باحثاً عن إثبات الله في الفراغ واللامحدود. على الرغم من هذا لم يرفض ديكارت أرسطو بكليته، بل كان خائفاً جداً من الفراغ الذي أنكر وجوده.

ديكارت، مثل فيثاغوراس، فيلسوف – رياضي، وربما ميراثه الباقي لفترة طويلة كان ابتداعه الرياضي – ما نسميه اليوم الإحداثيات الديكارتية (Cartesian coordinates). كل من يدرس في المرحلة الثانوية يراها: مجموعة من الأرقام بين قوسين تمثل نقطة في الفضاء (space). على سبيل المثال يمثل الرمز (4,2) نقطة بـ٤ وحدات إلى اليمين، ووحدتين إلى الأعلى. لكن على يمين وأعلى ماذا؟ المركز، صفر (أنظر الشكل ٢٠).

أدرك ديكارت أنه لا يستطيع ان يبدأ خطَيه المرجعيَين، أو المحوريَين، بالرقم ١، وإلاّ قاده إلى خطأ مشابه لخطأ بيدا (Bede) عندما جدد التقويم. إلاّ أنه عاش في أوروبا حيث كانت الأرقام العربية مألوفة، وليس كفترة بيدا، فبدأ العد من الصفر. يجلس الصفر في مركز نظام الإحداثيات الديكارتي – حيث يتقاطع أساس نظام الإحداثيات؛ المحوران – المركز، نقطة (0,0)، (وبذلك تختلف مدونات ديكارت قليلاً عما نستخدمه اليوم لأنه لم يمدد نظام إحداثياته إلى الأرقام السالبة وأصدقاؤه من فعل هذا لأجله).

أدرك ديكارت قوة نظام إحداثياته بسرعة، واستخدمه لتحويل الأشكال والأشكال الهندسية إلى معادلات وأرقام؛ كل شكل هندسي في الإحداثيات الديكارتية – مربعات، مثلثات، خطوط متموجة – يمكن

تمثيله بمعادلات، علاقة رياضية. على سبيل المثال: دائرة مركزها مركز الإحداثيات يمكن أن تمثل بمجموعة نقاط المعادلة $x^2 + y^2 - 1 = 0$، ويمكن للقطع الهندسي المكافىء أن يكون $y - x^2 = 0$. لقد وحد ديكارت الأشكال والأرقام، ولم يعد فنُ الهندسة الغربي والفن الشرقي للجبر أموراً منفصلة، أصبحا الشيء عينه على اعتبار أن كل شكل يمكن، ببساطة، أن يُعبَّر عنه بمعادلة من صيغة $f(x,y) = 0$ **(أنظر الشكل ٢١)**. كان الصفر مركز الإحداثيات وفي كل شكل هندسي.

كما كان الصفر، كان اللامحدود، ضمن مجال الله، بالنسبة لديكارت. حاول ديكارت، الوفي لتدريبه اليسوعي، مع تصدع العقيده الأرسطية، استخدام الصفر واللامحدود ليحلا مكان الإثبات القديم لوجود الله.

افترض ديكارت، مثل القدماء، أن العدم ليس حتى معرفة، ويمكن أن يُخلق من لا شيء، ويعني كل الأفكار – كل الفلسفات، وكل الأمم، وكل مكتشفات المستقبل – الموجودة أصلاً في عقول البشر عندما يولدون. وما التعليم إلاّ عملية كشف لقواعد القوانين المطبوعة مسبقاً حول أعمال الكون. حاجج ديكارت بقوله: بما أننا قبِلنا مفهوم الكائن الكامل اللامحدود في عقولنا فإن هذا اللا محدود والكائن الكامل – الله – يجب أن يكون موجوداً. وجميعهم يقع في مكان ما بين الله والصفر، وهم مزيج من اللانهاية والصفر.

أصرّ ديكارت حتى مماته، بالرغم من ظهور الصفر وعودة ظهوره في فلسفته، على أن الفراغ – الصفر المطلق – غير موجود. تعلم ديكارت – وهو طفل مناهض – الإصلاح عن أرسطو في اللحظة التي كانت فيها الكنيسة تعتمد كثيراً على مبادئه. ولُقن الفلسفة الأرسطية المنكِرة لوجود الفراغ.

موقفه صعباً: بالتأكيد وعى (أدرك) ديكارت المشاكل الميتافيزيقية لرفض الفراغ كلياً، وكتب لاحقاً في حياته حول الذرات والفراغ: «بالنسبة إلى هذه الأشياء التي تتضمن تناقضاً يمكن القول: إنه لا يمكن حدوثها أبداً. مع هذا لا يجب على الشخص نكران أن الله يمكنه فعل هذا إن أراد تغيير قوانين الطبيعة». اعتقد ديكارت، مثل سكولاستيي العصور الوسطى قبله، أن لا شيء يتحرك بخط مستقيم لأن ذلك يخلِّف خلفه فراغاً. كل شيء في الكون يتحرك بمسار دائري. إنه أسلوب أرسطي في التفكير – لكن قريباً سيزيح فراغ أرسطو إلى الأبد.

يُعلم أطفال اليوم أن «الطبيعة تكره الفراغ»، والأساتذة لا يعلمون، حقاً، من أين أتت هذه العبارة. إنها امتداد للفلسفة الأرسطية: الفراغ غير موجود. إن حاول أحد خلق فراغ ستقوم الطبيعة بفعل أي شيء وبكل ما تملك من قوة لمنع حدوثه، وأثبت ايفانجليستا تورشيللي (Evangelista Torricelli)، سكرتير غاليليو، أن هذا غير حقيقي – من خلال خلق أول فراغ.

يستخدم العمّال الإيطاليون نوعاً من المضخة تعمل، إلى حد ما، مثل محقنة ضخمة لرفع الماء من الآبار والقنوات. في المضخة مكبس (piston) مثبت بشكل محكم في أنبوب، وأسفل الأنبوب في الماء. عندما يرتفع المكبس يتبع مستوى الماء الغطاس إلى أعلى.

سمع غاليليو من العمّال أن هذه المضخات تواجه مشكلة: حيث يمكنها رفع الماء إلى ما يقرب ٣٣ قدماً فقط، ومن بعدها يرتفع الغطاس باستمرار باتجاه الأعلى ويبقى المستوى على حاله، فكانت ظاهرة غريبة. مرر غاليليو المشكلة على مساعده تورشيللي فبدأ بإجراء التجارب محاولاً معرفة

سبب الحدود الغريبة للمضخات. في عام ١٦٤٣، أخذ تورشيللي أنبوباً طويلاً، أحد طرفيه مغلق، والآخر مفتوح، وملأه بالزئبق، وقام بقلبه واضعاً الطرف المفتوح في وعاء مملوء بالزئبق أيضاً. لو قلب تورشيللي الأنبوب في الهواء لتوقع الجميع انسكاب الزئبق من الأنبوب؛ لأن الهواء سيحل مكانه بسرعة ولا فراغ يمكن أن يخلق. لكن عندما قلب الطرف المفتوح من الأنبوب في وعاء مملوء بالزئبق لم يكن هناك هواء ليأخذ مكان الزئبق. فإن كانت الطبيعة فعلاً تكره الفراغ إلى هذا الحد فإن الزئبق سيبقى في الأنبوب كي لا يخلق فراغاً. لكن الزئبق لم يبق في الأنبوب، بل غرق قليلاً تاركاً خلفه فضاء (فراغ) في الأعلى. ماذا يوجد في هذا الفضاء؟ لا شيء. إنها المرة الأولى، في التاريخ، التي يخلقُ فيها أحد فراغاً دائماً.

أبعاد الأنبوب الذي استخدمه تورشيللي غير مهمة، سيغرق الزئبق إلى النقطة الأعلى وهي بحدود ٣٠ بوصة فوق الوعاء. أو لننظر إليها بطريقة أخرى، يمكن للزئبق ان يرتفع ٣٠ بوصة فقط، ليصارع الفراغ فوقه. الطبيعة تكره الفراغ على بعد ٣٠ بوصة. يجب اتباع أنتي-ديكارت (anti-Descartes) لتفسير لماذا؟

عام ١٦٢٣ كان ديكارت بعمر ٢٧ سنة، ومعارضه لاحقاً بليز باسكال (Blaise Pascal) كان بعمر ٠ سنة. والد باسكال، أتيين (Etienne)، كان رياضياً وعالماً بارعاً، وبليز الصغير كان عبقرياً مثل والده؛ إذ اخترع وهو شاب آلة حاسبة آلية تسمى باسكلين (Pascaline) مشابهة لبعض الآلات الحاسبة التي استخدمها المهندسون قبل اختراع الحاسبة الإلكترونية.

عندما كان بليز بعمر الـ٢٣ سنة انزلق أتيين على قطعة جليد وكسر حوضه، اهتم بالوالد مجموعة من الينسينية (Jansenists)* والكاثوليك المنتمين إلى مذهب معتمد، بشكل كبير، على كره نظام المسيحيين، وأصبح كل أفراد عائلة باسكال، وبليز، يسوعيين معارضين، مناهضين – مناهضي الإصلاحيين. لم تكن الديانة المؤسسة حديثاً ملائمة للعالم الشاب. لقد أعلن الأسقف يانسن (Bishop Jansen)، مؤسس المذهب، أن العلم خطئية والفضول حول طبيعة العالم نسيبة الشهوة؛ إلاّ ان، شهوة باسكال لحسن الحظ كانت أكبر من حماسه الديني لفترة من الزمن لأنه استخدم العلم لكشف سر الفراغ.

خلال فترة تحول باسكال أتى صديق لأتينيه – مهندس عسكري –، لزيارته وأعاد لباسكال تجربة تورشيللي. هيمنت الفكرة على بليز باسكال وبدأ بإجراء تجاربه مستخدماً الماء، والنبيذ وسوائل أخرى. كانت النتيجه كتابه: «تجارب جديدة متعلقة بالفراغ» (New Experiments Concerning The Vaccum)، نشر عام ١٦٤٧. وترك هذا العمل السؤال الرئيسي بلا إجابة: لماذا يرتفع الزئبق ٣٠ بوصة فقط، والماء ٣٣ بوصة فقط؟ حاولت نظريات ذاك الوقت إنقاذ أجزاء من فلسفة أرسطو بإعلانها أن رعب الطبيعة من الفراغ «محدود»، ويمكنها تحطيم كمية محددة منه، فقط. لكن لدى باسكال فكرة مختلفة.

أرسل باسكال، معتمداً على حدسه، صهره في خريف عام ١٦٤٨ إلى أعلى الجبل مع أنبوب مملوء بالزئبق. ارتفع الزئبق في أعلى الجبل بشكل ملحوظ إلى أقل من ٣٠ بوصة (أنظر الشكل ٢٢). هل تضطرب الطبيعة من الفراغ في الجبل أقل من اضطرابها منه في الوادي؟

أثبت هذا السلوك الغريب لباسكال أن ليس كره الفراغ الذي رفع الزئبق في الأنبوب، بل وزن ضغط الغلاف الجوي على الزئبق في الوعاء ما دفع بالعمود صعوداً. إن ما يدفع مستوى الزئبق في الأنبوب هو الضغط الجوي (atmospheric pressure) على وعاء السائل سواء أكان زئبقاً أم ماء أم نبيذاً – كما يضغط برفق على آخر أنبوب معجون الأسنان دافعاً محتواه للخروج من الأعلى. كون الغلاف الجوي لا يمكنه الضغط بقساوة لا محدودة لذا يمكنه رفع الزئبق ٣٠ بوصة فقط في الأنبوب – في قمة الجبل يخف الضغط الجوي فيدفعه هبوطاً، لذا لا يمكن للهواء أن يرفع الزئبق إلى علو أكثر من ٣٠ بوصة.

نقطة ذكية: الفراغ لا يشفط؛ لكن الغلاف الجوي يدفع. قوضّت تجربة باسكال البسيطة تأكيد أرسطو أن الطبيعة تكره الفراغ، وكتب باسكال: «حتى الآن لا يمكن إيجاد أحد يتنبىء ويأخذ بوجهة النظر هذه وهي أن الطبيعة لا تشمئز من الفراغ، ولا تقوم بجهد لتجنبه وتقبل الفراغ من دون صعوبة ومن دون مقاومة». لقد هُزم أرسطو وتوقف العلماء عن الرعب من الفراغ وبدؤوا بدراسته.

سعى باسكال المتأثر بالعقيدة الينسينية إلى إثبات وجود الله في الصفر واللامحدود وفعلها بطريقة مدنسة جداً.

الرهان الإلهي

ما الإنسان في الطبيعة؟ ما من شيء بعلاقة مع اللانهاية، كل شيء بعلاقة مع العدم، واسطة ما بين العدم وكل شيء.

(بلاسيه باسكال: أفكار)

- BLAISE PASCAL, *P*ENSÉES

كان باسكال رياضياً وعالماً، بحث في الفراغ – طبيعة الفراغ - كعالِم، وساعد على خلق فرع جديد، كلياً، في الرياضيات: نظرية الاحتمالات (probability theory). وجد باسكال الله عندما دمج نظرية الاحتمالات مع الصفر ومع اللانهاية.

اخترعت نظرية الاحتمالات لمساعدة الارستقراطيين الأغنياء لربح المزيد من الأموال بمقامراتهم. وكانت نظرية باسكال ناجحة بشكل مهيب، إلاّ ان اختصاصه الرياضي لم يدم. مرَّ باسكال، في ٢٣ تشرين الأول من عام ١٦٤٥، بتجربة روحية حادة. ربما كانت عقيدة المسيحيين المناهضة للعلم تنمو فيه، بغض النظر عن السبب، فإن إخلاص باسكال للمسيحيين قاده إلى التوقف كلياً عن الرياضيات والعلم (بعد ٤ سنوات من امتناعه عنهما. وفي أحد الأيام بسبب مرض لم يستطع فيه النوم عمل لفترة وجيزة على الرياضيات ما خفف آلامه. ورأى باسكال بأن هذا إشارة عدم رضا الله على أعماله). أصبح باسكال لاهوتياً – من دون المقدرة على الهروب من ماضيه الدنس. حتى عندما حاجج حول وجود الله، بقي يعود إلى هؤلاء الفرنسيين المقامرين محاججاً، حرفياً، أنه من الأفضل الإيمان بالله لأنه رهان رابح.

بتحليله القيمة – أو التوقع – للمقامرة، حلل قيمة قبول المسيح كمخلص. استنتج باسكال، والفضل يعود إلى رياضيات الصفر واللانهاية، أنه على الشخص الافتراض أن الله موجود.

قبل أخذ الرهان بالاعتبار يكون من السهل تحليل لعبة مختلفة قليلاً. لنتخيل وجود ظرفي رسائل، وليكن A , B. ترمي قطعة نقد معدنية، قبل أن ترى الظرفين، تحدد أي منهما فيه مال. إن كان وجه قطعة النقد المعدنية

الظاهر بعد سقوطها هو «النقش»، يكون في A مئة دولار جديدة، وإن كان الظاهر منها بعد سقوطها "الكتابة" يكون في B مال – لكن هذه المرة يوجد فيه ١٠٠٠٠٠٠ دولار. أي من الظرفين عليك أن تختار؟

من الجلي تختار B**!** فقيمته أكبر. ليس من الصعب تبيان هذا باستخدام أداة من نظرية الاحتمالات تسمى **التوقع (**expectation**)**، وهي قياس توقع ما يساويه كل ظرف.

الظرف A ربما فيه ١٠٠ دولار وربما لا، لكن فيه قيمة ما لأنه يمكن أن يكون فيه مال، ولكن قد لا تساوي ١٠٠ دولار لأنك لست متأكداً تماماً كم يحوي من الأموال. الرياضيات، في الواقع، يمكنها أن تضيف كل احتمالات محتوى الظرف A ومن ثم تضرب باحتمالية كل ناتج:

½ فرصة ربح $0	½ X $0 = $0
½ فرصة ربح $100	½ X $100 = $50

المتوقع$50 **=**

يمكن للرياضي استنتاج أن القيمة المتوقعه للظرف A تساوي $50 وفي الوقت عينه القيمة المتوقعة للظرف B تكون:

½ فرصة ربح $0	1/2 X $0 = $0
½ فرصة ربح $1000000	½ X $1000000 = 500000

المتوقع **= ٥٠٠٠٠٠$**

إذن، القيمة المتوقعة لـ B تساوي 10000 – 500000$ (أقل بـ ١٠٠٠٠) مرة من القيمة المتوقعة للظرف A. إن كان لدي الخيار بين الظرفين، الشيء الذكي الممكن ان أفعله هو اختيار B.

خيار باسكال كان كهذه اللعبة، إلاّ أنه استخدم مجموعة مختلفة من الظروف: مسيحية - إلحاد (في الواقع حلل باسكال حالة المسيحية فقط، لكن الإلحاد حالة منطقية للإضافة). في سبيل المحاججة، تخيل للحظة أن هناك فرصة ٥٠-٥٠ أن الله موجود (بالتأكيد بالنسبة لباسكال هو الله عند المسيحيين). اختيار ظرف المسيحية مساو لاختيار أن تكون مسيحياً مخلصاً. إن اخترت هذا المسار فهناك احتمالان: إن كنت مسيحياً مخلصاً والله غير موجود، عندما تموت تتلاشى في العدم، وإن كان الله موجوداً تذهب إلى الجنة وتعيش الخلود بنعيم: اللامحدود. لذا القيمة المتوقعة كونك مسيحياً هي:

½ فرصة تلاش في العدم	$\frac{1}{2} X 0 = 0$
½ فرصة تذهب إلى الجنة	$\frac{1}{2} X \infty = \infty$

المتوقع = ∞

بعد هذا، نصف ما لا نهاية ما زال ما لا نهاية، من هنا قيمة أن تكون مسيحياً هي ما لا نهاية. ماذا يحدث إن كنت ملحداً؟ إن كنت مصيباً – الله غير موجود – لا تكسب شيئاً من إصابتك. وإن كان الله غير موجود، فلا وجود للجنة. ولكن إن كنت مخطئاً وكان الله موجوداً تذهب إلى الجحيم لتُخلد: ما لا نهاية سالبة. لذا القيمة المتوقعة لكونك ملحداً هي:

½ فرصة تلاش في العدم $\frac{1}{2} \times 0 = 0$

½ فرصة تذهب إلى الجحيم $\frac{1}{2} \times -\infty = -\infty$

المتوقع= ∞-

ما لا نهاية سالبة القيمة سيئة بقدر ما يمكن ان تتخيل، والرجل الحكيم سوف يختار المسيحية بدل الإلحاد.

لكن هنا لنقدم اقتراحاً – هناك فرصة ٥٠-٥٠ أن الله موجود، ما الذي يحدث إن كانت هناك فرصة 1/1000؟ تصبح قيمة أن تكون مسيحياً:

١٠٠٠/٩٩٩ فرصة تلاش في العدم $999/1000 \times 0 = 0$

١٠٠٠/١ فرصة الذهاب إلى الجنة $1/1000 \times \infty = \infty$

المتوقع = ∞

ما زال الأمر عينه: ما لا نهاية، وقيمة أن تكون ملحداً ما زالت ما لا نهاية سالبة. ما زال من الأفضل أن تكون مسيحياً. إن كان الاحتمال ١٠٠٠٠٠٠/١ أو ١ على ترليون وأكثر النتيجة عينها. الاستثناء الوحيد هو الصفر.

إن كان هناك احتمال واحد فقط أن الله موجود، يصبح رهان باسكال – كما أصبح معلوماً – لا معنى له. حينها القيمة المتوقعة أن تكون مسيحياً هي: $\infty \times 0$ وهذا هراء. لم يشأ أحد القول إن هناك احتمال ٠ ان يكون الله موجوداً. أياً كانت وجهة نظرك غير مهم، من الأفضل دائماً أن تؤمن بوجود الله، يعود الفضل إلى سحر الصفر واللانهاية. عرف باسكال بأي طريقة يراهن، على الرغم من تخليه عن الرياضيات ليربح رهانه.

الفصل الخامس
أصفار لا محدودة ورياضيون كفرة
الصفر والثورة العلمية

في المقدمة لـ... الرياضيات، اللامتناهية الصغر والكبر، غالباً ما تكون صارمة أخلاقياً تسقط من نعمتها، والحالة البكر للصلاحية المطلقة والدليل القاطع لكل شيء رياضياً ولّى إلى الأبد... لقد افتتح عالم الجدل، ووصلنا إلى نقطة يتفاضل ويتكامل بها البشر ليس لأنهم يعلمون بما يقومون به؛ بل من إيمان مطلق ولأنه حتى الآن كانت نتيجتهما صحيحة.

(فردريك أنجلز: ضد-دوهرينغ)

- FRIEDRICH ENGELS, *ANTI-DUHRING*

دمر الصفر واللامحدود الفلسفة الأرسطية؛ وألغى الفراغ واللامحدود كون قشرة الجوز وفكرة اشمئزاز الطبيعة من الفراغ. نُبذت الحكمة القديمة، وبدأ العلماء بتقديس القوانين الحاكمة لعمل الطبيعة. ومع هذا كان هناك مشكلة بالثورة العلمية: الصفر.

في عمق العالم العلمي أداة قوية جديدة بدا فيها حساب التفاضل والتكامل (calculus) مفارقة. ابتكر كلّ من إسحاق نيوتن (Isaac Newton)

وغوتفريد فيلهلم ليبنيز (Gottfried Wilhelm Leibniz) أقوى منهج رياضي ممكن من خلال التقسيم على صفر، وجمع عدد لا محدود من الأصفار مع بعضها. كلا العملين غير منطقي كجمع 1 + 1 لتحصل على 3. وهكذا تحدى حساب التفاضل والتكامل في جوهره منطق الرياضيات، متقبلاً القفزة من الإيمان. وأخذ الرياضيون بالقفزة لأن حساب التفاضل والتكامل لغة الطبيعة. على العلم اقتحام الأصفار اللامحدودة لفهم لغة الطبيعة.

أصفار لا محدودة

بعد ألف سنة من السبات وعندما صدم الفكر الأوروبي من تأثير البارود النائم والذي أداره الآباء المسيحيون بمهارة كانت مشكلة اللانهاية من أوائل ما أعيدت إليها الحياة.

(تابيس دانزيغ: الرقم: لغة العلوم)

- TOBIAS DANZIG, ***NUMBER: THE LANGUAGE OF SCIENCE***

بقيت لعنة زينون الإيلي في الرياضيات ألفي سنة، وبدا مصير آخيل أنه سيبقى مطارداً للسلحفاة إلى الأبد من دون اللحاق بها. اختبأ اللامحدود في اللغز البسيط لزينون الإيلي، وارتبك اليونانيون بخطوات آخيل اللا محدودة. لم يخطر في ذهنهم جمع أجزاء لا محدودة وإن كانت خطوات آخيل تقترب من حجم الصفر، فمن الصعب عليهم فعل هذا من دون مفهوم الصفر. بدأ الرياضيون، مع احتضان الغرب للصفر، بترويض اللامحدود وإنهاء سباق آخيل.

على الرغم من أن لمتسلسلة الصفر أجزاء لا محدودة، إلاّ أننا نستطيع جمع كل الخطوات مع بعضها، ونبقى في عالم المحدود: 2 = ... + 1/16 + 1/8 + ¼ + ½ + 1.

كان ريتشارد سويث (Richard Suiseth)، بريطانياً منطقياً (British logician) في القرن الـ١٤، وأول من قام بفعل حيلة كهذه وجمع عبارات لا محدودة للحصول على نتائج محدودة. فأخذ سلسلة لا محدودة من الأرقام:

$\frac{1}{2}, 2/4, 3/8, 4/16\ldots n/2^n$ وجمعها مع بعضها والنتيجة ٢. وإذا الأرقام المتسلسلة تقترب أكثر فأكثر من الصفر وبسذاجة: قد يظن الشخص أن هذا يضمن أن المجموع يبقى محدوداً. وا حسرتاه! اللامحدود ليس بهذه السهولة.

في الوقت الذي كان سويث يكتب فيه تقريباً حاول نيكول أورسم (Nicholas Oresme)، رياضي فرنسي، جمع متسلسلة لا محدودة من الأرقام - ما يسمى بـ "المتسلسلة المتناسقة" (harmonis series) $1/2 + 1/3 + 1/4 + 1/5 + 1/6 + \ldots$ كل العبارات تقترب أكثر فأكثر من الصفر، كمتسلسلة زينون الإيلي وسميث. أدرك أورسم، عندما حاول جمع العبارات في المتسلسلة، أن المجموع يكبر أكثر فأكثر، على الرغم من اقتراب كل عبارة من الصفر، والمجموع يسير باتجاه اللانهاية . بيّن أورسمه بتثقيل (clumping) العبارات مع بعضها: $\frac{1}{2} + (1/3 + \frac{1}{4}) + (1/5 + 1/6 + 1/7 + 1/8) + \ldots$ أن المجموعة الأولى تساوي $\frac{1}{2}$ بكل وضوح، والثانية أكبر من ($\frac{1}{4} + 1/4$)، أو $\frac{1}{2}$ والثالثة أكبر من ($1/8 + 1/8 + 1/8 + 1/8$) أو $1/2$ وأن المجموع يكبر ويكبر سائراً باتجاه اللامحدود، وعلى الرغم من سير العبارات باتجاه الصفر، فإنها لا تقترب منه بالسرعة الكافية. فمجموع عدد لا محدود من الأرقام يمكن أن يكون لا محدوداً، على الرغم من اقتراب الأرقام إلى الصفر. وليس من مظهر غريب لمجاميع اللامحدود؛ فالصفر بذاته ليس محصناً من الطبيعة الغريبة للامحدود.

خذ المتسلسلة التالية: ... 1 + 1 – 1 + 1 – 1 + 1 – 1 ليس من الصعب إظهار أن مجموع هذه المتسلسلة = ٠. حيث 0 = ... (1 -1) + (1 -1) + (1 -1) + (1 – 1).
وهي الشيء عينه:

0 + 0 + 0 + 0 +...

مجموعها ٠ بكل وضوح. لكن كن حذراً! مجموعة من المتتالية بطريقة مختلفة

...(1+ 1-) + (1+ 1-) + (1+ 1-) + 1 هي مثل 0 + 0 + 0 + 0 + 1 التي مجموعها = ١ بكل وضوح. المجموع عينه للأصفار اللامحدودة يمكن أن يساوي ٠ أو ١ في الوقت عينه. استخدم الأب غويدو غراندي (Guido Grandi)، راهب إيطالي، هذه المتتالية لإثبات أن الله يمكنه خلق الكون (١) من العدم (٠). يمكن في الواقع ترتيب المتسلسلة لتساوي أي شيء. ابدأ بالخمسات (5s) والخمسات السلبية (5s-) بدلاً من الواحد (1s) و (1s-) لتحصل على مجموع يساوي ٥، ويمكن أن نبيّن أن 5=... + 0 + 0

جمع أشياء لا محدودة مع بعضها يمكن أن يقود إلى غرابة ونتائج متناقضة. في بعض الأحيان عندما تسير العبارات باتجاه الصفر يكون المجموع محدوداً، عدد لطيف وطبيعي من مثل ٢ أو ٥٣. وفي أحيان أخرى يمكن أن يسير المجموع باتجاه ما لا نهاية. ويمكن لمجموع لا محدود من الأصفار أن يساوي أي شيء – وكل شيء في الوقت عينه. شيء غريب جداً يحدث. لا أحد يعلم كيف يتعامل مع اللامحدود.

لحسن الحظ العالم الفيزيائي - الطبيعي (physical world) أكثر منطقية من العالم الرياضي. يبدو أن جمع أشياء لا محدودة إلى بعضها تعمل بشكل

جيد في معظم الأوقات، ما دمت تتعامل مع شيء ما في الحياة الواقعية، من مثل إيجاد حجم برميل من النبيذ، سنة ١٦١٢ كانت سنة حظر النبيذ.

أمضى يوهانس كبلر تلك السنة، الرجل الذي تصور حركة الكواكب في قطع ناقص (والبعض يطلق عليه الأهليلج ellipse) محدقاً في براميل النبيذ منذ أن أدرك ان أساليب الخمارين (من يعمل بصناعة الخمر) وصانعي البراميل المستخدمة لتقدير حجم البراميل بدائية جداً. لمساعدة تجار النبيذ، قطع كبلر البراميل - في ذهنه – إلى قطع صغيرة جداً لا محدودة وعددها لا محدود أيضاً، ومن ثمَّ قام بجمعها مجدداً لمعرفة حجمها. قد تبدو طريقة متخلفة لمعرفة قياس البراميل، لكنها كانت فكرة ذكية.

لتبسيط المسألة أكثر، لنتخيل شيئاً ببعدين بدل ثلاثة أبعاد – ليكن هذا مثلثاً. للمثلث في (الشكل ٢٣) ارتفاعه ٨، وقاعدته ٨، وعلى اعتبار أن مساحة المثلث نصف القاعدة ضرب الارتفاع، تكون مساحته ٣٢.

تخيل الآن أنك تحاول تخمين حجم المثلث بطبع مستطيلات صغيرة في داخله. في المحاولة الأولى: تحصل على مساحة ١٦، وهي بعيدة من القيمة الحقيقية ٣٢. المحاولة الثانية أفضل: بثلاثة مستطيلات نحصل على قيمة ٢٤. اقتربنا ولكننا لم نصل بعد. المحاولة الثالثة تعطينا ٢٨ – أقرب لكن لم نصل بعد. كما ترى مع تصغير المستطيلات أكثر فأكثر – عرضها مشار إليه بالرمز Δx، وهي تسير باتجاه الصفر – جاعلاً القيمة أقرب وأقرب إلى ٣٢، وهي القيمة الحقيقية للمثلث (مجموع هذه المستطيلات يساوي $\sum f(x)\Delta x$ حيث $\sum$ اليونانية تمثل المجموع لمجال ملائم، والـ$f(x)$ معادلة المنحني الذي تلامسه المستطيلات. بالتدوين الحديث يسير Δx باتجاه الصفر، نستبدل الـ $\sum$

برمز جديد: $\int$ و $\Delta(x)$ بـ dx، محولين كتابة المعادلة إلى $\int f(x)dx$ والرمز $\int$ يعني تكامل الدالة، أو التكامل (integral)).

في إحدى أعمال كبلر، القليلة الشهرة، «قياس حجم البراميل» (Volume-Measurement of Barrels) يقوم بفعل هذا بثلاثة أبعاد، مقطعاً البراميل إلى مسطحات ويجمعها. لم يكن كبلر، على الأقل، خائفاً من مشكلة واضحة: عندما يسير $\Delta(x)$ باتجاه الصفر، يصبح المجموع مساوياً لجمع لا محدود من الأصفار – نتيجة لا معنى لها. تجاهل كبلر المشكلة، رغم أن جمعه لأصفار لا محدودة مع بعضها كان عديم النفع من وجهة نظر منطقية، والإجابة التي أسفرت عنها كانت صحيحة.

لم يكن كبلر العالِم البارع الوحيد الذي قطَّع الأشياء إلى قطع صغيرة لا محدودة. فغاليليو أيضاً فكر باللانهاية وبهذه القطع الصغيرة اللامحدودة للمساحة. تجاوزت هاتان الفكرتان فهمنا المحدود، وكتب غاليليو «السابقة بسبب حجمها، واللاحقة لصغرها». شعر غاليليو بقوتهما على الرغم من الغموض بالأصفار اللامحدودة، مستغرباً «تخيل ما هما عندما يُجمعان». تمكن تلميذُه بونافنتورا كفاليري (Bonaventura Cavalieri) من تزويدنا بجزء من الإجابة.

قطّع كفاليري أشياء هندسية بدل البراميل. بالنسبة إليه كل مساحة كتلك التي لدى المثلث، هي عدد لا محدود من مسطحات بارتفاع صفر. هذه الخطوط والمسطحات غير القابلة للتقسيم مثل ذرات المساحة والحجم، ولا يمكن تقسيمها إلى أكثر من هذا. كما قاس كبلر حجم البراميل بتقطيعه الرفيع، أضاف كفاليري عدداً لا محدوداً من هذه الأصفار غير قابلة للتقسيم لتصور مساحة الشيء الهندسي أو حجمه.

كانت عبارة كفاليري مثيرة للمشاكل عند المختصين بعلم الهندسة: إضافة خطوط صفر – مساحة (zero-area lines) لا محدودة لا يمكن أن تؤدّي إلى مثلث ببعدين، ولا مسطحات حجم- صفر (zero-volume planes) يمكن أن تضيف بنية ثلاثية الأبعاد. كانت المشكلة عينها: أصفار لامحدودة لا تعطي معنى منطقياً. إلاّ أن أسلوب كفاليري أعطى، دائماً، إجابة صحيحة. تجاهل الرياضيون المشاكل المنطقية والفلسفية بإضافة أصفار لا محدودة – خاصة كونها لا مرئية أو كما يسمونها حالياً متناهية الصغر (*infinitesimals*)، وحلت أخيراً لغزاً قائماً منذ زمن: مشكلة خط الظل أو خط المماس (tangent).

المماس خط يمس المنحني. أي نقطة تقع على منحن مستو يسير في الفراغ، هناك خط يمسه فقط، يلامسه في نقطة واحدة تماماً. هذا هو خط الظل، وقد أدرك الرياضيون أنه مهم جداً في دراسة الحركة. على سبيل المثال تخيل أنك تؤرجح كرة بخيط حول رأسك، وتسير بشكل دائري. لكن إن قطعت الخيط فجأة، ستطير الكرة على خط الظل، وفي الطريقة عينها تسير، يد رامي لعبة البيسبول في منحى وهو يرميها، وما أن يدعها حتى تطير الكرة على المماس (أنظر الشكل ٢٤). مثال آخر: إن أردت معرفة أين ستتوقف الكرة في أسفل التلة، ابحث أين يكون المماس أفقياً. انحدار المماس – هو الميل، ويطلق عليه البعض الانحدار، (slope) – له خواص فيزيائية مهمة جداً: على سبيل المثال، إن كان لديك منحنى يمثل موقعاً، لنقل، دراجة هوائية، حينها ميل المماس للمنحنى في أي نقطة يخبرنا كم هي سرعة الدراجة عندما تصل إلى تلك النقطة.

لذا العديد من رياضي القرن الـ١٧ – من أمثال افنجليستا توريشللي، و رينيه ديكارت، والفرنسي بيير دي فيرما (Pierre de Fermant) (مشهور بنظريته الأخيرة) والإنكليزي إسحاق بارو (Isaac Barrow) – أوجدوا عدة طرق لحساب المماس لأية نقطة على المنحني. وصل جميعهم، إلى مثل ما وصل إليه كفالير، رافضين متناهي الصغر.

لرسم خط ظل على أية نقطة من الأفضل وضع تخمين. اختر نقطة أخرى قريبة و وَصِلها مع النقطة السابقة التي خمنتها. الخط الذي حصلت عليه ليس بخط ظل تماماً، لكن إن كان المنحني ليس بكثير التعرجات سيكون الخطان قريبين جداً من بعضهما، ومع تقليص المسافة بين النقطتين يقترب التخمين من المماس (أنظر الشكل ٢٥).عندما تصبح المسافة بين النقطتين ٠ يكتمل تقريبك: لقد وجد خط الظل. لكن بالتأكيد هناك مشكلة.

من أهم خواص الخط ميله، وللتأكد من هذا ينظر الرياضيون إلى مدى ارتفاع الخط لمسافة محددة. على سبيل المثال، تخيل أنك تقود سيارتك باتجاه الشرق صعوداً على تلة، لكل ميل (mile) شرقاً تقوده تكسب نصف ميل بالارتفاع. ميل (slope) التلة ببساطة هو الارتفاع – نصف ميل (mile) – فوق مسافة الأفق التي قدتها – ميل (mile) واحد. يقول الرياضيون إن ميل (slope) التلة ½ والشيء عينه صحيح للخطوط. انظر كم يرتفع الخط (يرمز له الرياضيون بـ Δy) لمسافة أفقية معطاة (يرمز لها بـ $\Delta(x)$). فيكون ميل الخط $\Delta y/\Delta x$

يحطم الصفر عملية تقريبك عندما تحاول حساب ميل خط الظل. مع تقريباتك لخطوط الظل لتصبح أفضل وأفضل، فإن النقاط على المنحني التي

وجدتها، للتقريب، تقترب من بعضها، ما يعني أن الفرق بالارتفاع، Δy، يسير باتجاه الصفر كما تفعل المسافة الأفقية بين النقاط، Δx، ومع تحسن تقريباتك لخط الظل، $\Delta y/\Delta x$ تقترب من 0/0. ٠ قسمة ٠ يمكن أن يساوي أي رقم في الكون. هل لميل المماس من معنى؟.

يواجه الرياضيون مشكلة مع اللامنطق في كل مرة يحاولون فيها التعامل مع اللامحدود أو الصفر. لتصور حجم البرميل أو المساحة الموجودة تحت القطع المكافئ (parabola)، يجمع الرياضيون أصفاراً لا محدودة مع بعضها، ولإيجاد مَيلٍ منحنٍ قسموا صفراً على صفر. يبدو أن الصفر واللامحدود يجعلان التصرفات البسيطة من مثل قياس الميول وإيجاد المساحات أعمالاً متناقضة مع ذاتها. انتهت هذه المشاكل كحواش ممتعة، ولكن بالنسبة إلى شيء واحد: هذه اللامحدودات والأصفار مفاتيح فهم الطبيعة.

الصفر وحساب التفاضل والتكامل الغامض

إذا رفعنا الشيطان ونظرنا تحته... فسوف نكتشف مزيداً من الفراغ والظلمة والتشويش، بل إن لم أكن مخطئاً تناقضات واستحالات مباشرة... ليست بكميات محددة ولا بكميات متناهية الصغر ومع هذا ليست لا شيء... هل نسميها بشبح كميات مغادرة؟

(الاسقف بيركلي: المحلل)

- BISHOP BERKELEY, *THE ANALYST*

مشكلة المماس ومشكلة المساحة تتامشيان بتعارض مع الصعوبات عينها للامحدودات والأصفار. لا عجب لأن مشكلة الميل ومشكلة المساحة،

فعلياً، هما الشيء عينه. كلاهما مظهر من حساب التفاضل والتكامل (calculus)، إنه أداة علمية أقوى بكثير من أي شيء قبله. على سبيل المثال: أعطى التلسكوب العلماء المقدرة على ايجاد القمر والنجوم التي لم تشاهد من قبل. من ناحية أخرى أعطى حساب التفاضل والتكامل العلماء طريقة للتعبير عن القوانين الحاكمة لحركة الأجسام السماوية – والقوانين التي يمكنها أن تُخبر العلماء كيف تشكلت هذه الأقمار والنجوم. حساب التفاضل والتكامل لغة الطبيعة، لكن نسيجه كان مشرباً بالأصفار واللا محدودات المهددة بتدميره.

مات أول مكتشف لحساب التفاضل والتكامل قبل ان يتنفس تقريباً. ولد اسحاق نيوتن قبل أوانه، في يوم عيد الميلاد من سنة ١٦٤٢، متلوياً في العالم، صغيراً إلى حد يمكن يمكن وضعه في ربع قِدر، ووالده مزارع مات قبل ولادة طفله بأشهر قليلة.

انخرط نيوتن في كامبريدج في ستينيات العام ١٦٦٠، رغم طفولته المؤلمة وأمه التي أرادت أن يُصبح مزارعاً، وهناك ذاع صيته، إلاّ أنه طور، خلال سنوات قليلة، منهجية منتظمة لحل مشكلة خط الظل؛ واستطاع تصور أي خط ظل على أي منحن مصقول على أية نقطة. تُعرف الآن هذه العملية، النصف الأول من حساب التفاضل والتكامل، بالتفاضل (differentiation)، وتفاضله لا يشبه كثيراً تفاضلنا اليوم.

اعتمد نمط نيوتن للتفاضل على التدفقية (*fluxions*) – التدفقات – للعبارات الرياضية التي أطلق عليها اسم «فلونتس» (fluents) (تدفقات). كمثال على تدفقية نيوتن، لنأخذ المعادلة التالية

$$y = x^2 + x + 1$$

في هذه المعادلة الفلونتس هي y و x؛ افترض نيوتن أن y وx متغيران، أو متدفقان، مع مرور الوقت. نسب تغيرهما – تدفقهما – يعبر عنها بـ$\dot{y}$ و$\dot{x}$ بالتتالي.

اعتمد أسلوب نيوتن بالتفاضل على مناورات ورموز؛ فترك التدفق يتغير، سامحاً للرموز بالتغير بصغر متناه، فعلياً لم يعطها وقتاً لتتدفق. برموز نيوتن يمكن للـ y ان تتغير في هذه اللحظة إلى $(y + o\dot{y})$ بينما تتغير x إلى $(x + o\dot{x})$ (الرمز o يمثل مقدار الزمن الذي مرّ، وهو تقريباً ٠ لكن ليس تماماً، كما سنرى). وتصبح المعادلة

$$(y + o\dot{y}) = (x + o\dot{x})^2 + (x + o\dot{x}) + 1$$

ضرب عبارة $(x + o\dot{x})^2$ يعطينا

$$y + o\dot{y} = x^2 + 2x\,(o\dot{x}) + (o\dot{x})^2 + x + o\dot{x} + 1$$

بإعادة ترتيب العبارات نحصل على

$$y + o\dot{y} = (x^2 + x + 1) + 2x\,(o\dot{x}) + 1(o\dot{x}) + (o\dot{x})^2$$

كون $y = x^2 + x + 1$ يمكن أن نطرح y من الجهة اليسرى من المعادلة و $x^2 + x + 1$ من الجهة اليمنى من المعادلة، ونترك النظام بلا تغير، ما يتركنا مع

$$o\dot{y} = 2x\,(o\dot{x}) + 1(o\dot{x}) + (o\dot{x})^2$$

الآن تأتي المناورة القذرة. فقد أعلن نيوتن بما أن $o\dot{x}$ صغيرة وصغيرة جداً و$(o\dot{x})^2$ أصغر وأصغر، إذن، تتلاشى. في الجوهر كانت ٠، ويمكن تجاهلها. ما يعطينا:

$o\dot{y} = 2x\,(o\dot{x}) + 1(o\dot{x})$

ما يعني ان $o\dot{y}/o\dot{x} = 2x + 1$ وهو ميل المماس لأية نقطة x على منحن (أنظر الشكل ٢٦). فترة الزمن المتناهية الصغر o تسقط من المعادلة، و $o\dot{x}$ / $o\dot{y}$ تصبح $\dot{x}$ / $\dot{y}$ و o لا حاجة للتفكير فيها.

أعطت هذه الطريقة الإجابة الصحيحة، لكن عمل نيوتن على المتلاشي سبب المشاكل. إن كان كما أصر نيوتن $(o\dot{x})^2$ و $(o\dot{x})^3$ و أُس (powers) أعلى لـ $o\dot{x}$ تساوي صفر، إذن، على $o\dot{x}$ أن تساوي صفر(1). من ناحية أخرى إن كانت $o\dot{x}$ تساوي صفر، حينها التقسيم على $o\dot{x}$، كما فعل نفعل حتى النهاية مثله مثل التقسيم على صفر – كالخطوة الأخيرة للتخلص من o من فوق ومن تحت في التعبير $o\dot{x}$ / $o\dot{y}$ والتقسيم على صفر ممنوع بالمنطق الرياضي.

أثارت طريقة نيوتن للمشتقات الزمنية الشكوك، فقد اعتمد على عملية رياضية غير قانونية، ولكن لها حسنة كبيرة. لم تحل طريقة التدفقية مشكلة المماس فقط، بل حلت مشكلة المساحة أيضاً. وإيجاد المساحة تحت منحنى (أو خط، نمط من المنحنى) – عملية نسميها اليوم التكامل (integration) – وهي عكس التفاضل. كما يعطيك تفاضل المنحنى $y = x^2 + x + 1$ معادلة الميل للمماس($y = 2x + 1$) فإن تكامل المنحنى $y = 2x + 1$ يعطيك معادلة للمساحة تحت المنحنى. المعادلة هي $y = x^2 + x + 1$ (مساحة تحت المنحنى

(١) ان ضربت رقمين مع بعضهما البعض وحصلت على ناتج ٠، حينها أحد الرقمين يجب أن = ٠ (بالتعابير الرياضية إذا $ab = 0$ إذا $a = 0$ أو $b = 0$) ما يعني إذا $a2 = 0$ فان $aa = 0$ لذا ($a = 0$

بين حدي $x = b$ و $x = a$ تكون ببساطة $(b^2 + b + 1) - (a^2 + a + 1)$ (أنظر الشكل ٢٧) (تقنياً المعادلة هي $y = x^2 + x + c$ حيث c أي ثابت تختاره. عملية التفاضل تدمر المعلومة، لذا عملية التكامل لا تعطيك الإجابة الصحيحة التي تبحث عنها إلاّ إذا أضفت معلومة أخرى صغيرة).

حساب التفاضل والتكامل هو جمع هاتين الأداتين، التفاضل والتكامل، في سلة واحدة. رغم لعب نيوتن بقوة الصفر واللانهاية فقد كسر بعض القواعد المهمة جداً في الرياضيات. لقد كان حساب التفاضل والتكامل قوياً إلى حد لم يستطع أي رياضي أن يرفضه.

تتحدث الطبيعة بلغة المعادلات. مصادفة غريبة. بُنيت قواعد الرياضيات لعدّ الخراف ومسح الملكية، وفي النهاية تحكم هذه القوانين عمل الكون. توصف قوانين الطبيعة بالمعادلات، والمعادلات ببساطة، في معنى ما، هي أدوات تدخل بها أرقام ونحصل منها على أرقام أخرى. عرف القدماء القليل من هذه المعادلات – القوانين من مثل قانون الرافعة، ولكن مع بدء الثورة العلمية انتشرت معادلات – قوانين لتصبح في كل مكان. وصف القانون الثالث لكبلر الوقت الذي تستغرقه الكواكب لإتمام دورتها في المدار على الشكل التالي: $r^3/t^2 = k$، ورموز المعادلة هي: الوقت = t، المسافة = r، وثابت = k، كما بيّن روبرت بويل (Robert Boyle)، عام ١٦٦٢، إذا أخذت حاوية محكمة الإغلاق وفيها غاز، عند سحق الحاوية سيرتفع الضغط بداخلها: $pv = k$، والرموز هي: الضغط = p، الحجم = v، ثابت = k، وتصور روبرت هوك (Robert Hook)، عام ١٦٧٦، أن الجهد (force) الذي يبذله زنبرك f هو ثابت سلبي الإشارة ($-k$)، مضروب بالمسافة

x التي مُد بها الزنبرك: $f = -kx$. كانت معادلات – قوانين مفيدة جداً للتعبير عن العلاقات البسيطة، لكن للمعادلات حدود – منعها ثباتها من أن تكون قوانين كونية.

كمثال على ما ذُكر، لنأخذ المعادلة الشهيرة التي تعلمها جميعنا في المرحلة الثانوية: نسبة ضرب الوقت تساوي مسافة. معادلة تبيّن المسافة التي قطعتها، x ميل، عندما تركض بسرعة معينة v/ساعة فترة زمنية t ساعة. المعادلة $vt = x$. أميال/ساعة ضرب ساعات يساوي أميال. معادلة مفيدة جداً عندما تحسب الوقت المستغرق من مدينة نيويورك إلى شيكاغو بقطار يسير بسرعة ١٢٠ ميل/ساعة. لكن كم هي الأشياء، في مسائل الرياضيات، التي تتحرك فعلياً بنسبة ثابتة مثل القطار؟ أسقِط كرة تجدها تتحرك أسرع وأسرع، في هذه الحالة، ببساطة، المعادلة $vt = x$ خاطئة تماماً إذا أردت تطبيقها. بالنسبة لسقوط الكرة $x = gt^2/2$ حيث التسارع وفق الجاذبية = g، ومن جهة أخرى إذا وضعت قوة متزايدة على الكرة حينها ربما تساوي x شيئاً مثل $t^3/3$. نسبة ضرب وقت يساوي مسافة ليست بقانون كوني لأنها لا تطبق في كل الظروف.

سمح حساب التفاضل والتكامل لنيوتن بجمع كل ذلك بمجموعة واحدة كبيرة من القوانين – قوانين تطبق في كل الحالات وتحت كل الظروف. استطاع العلم للمرة الأولى رؤية قوانين الكون القابعة تحت أنصاف هذه القوانين الصغيرة. احتضن الرياضيون الأدوات الرياضية الجديدة مع علمهم أن حساب التفاضل والتكامل متصدع – شكراً للصفر ولـ ما لا نهاية. الطبيعة، في الحقيقة، لا تتحدث بلغة معادلات اعتيادية، بل

تتحدث بلغة معادلات تفاضل (differentional equations)، وحساب التفاضل والتكامل هو ما تحتاجه لعرض هذه الأسئلة التفاضلية وحلها.

لا تشبه معادلات التفاضل المعادلات اليومية المألوفة لدينا. فالمعادلة اليومية تشبة الآلة: إذ تزود الآلة بالأرقام فيخرج منها رقم آخر. وكذلك المعادلة التفاضلية، لكن هذه المرة تزود الآلة بالمعادلات بدلاً من الأرقام فتخرج من الآلة معادلات جديدة. ضع معادلة تصف ظروف المسألة (هل الكرة تتحرك بنسب ثابتة؟ أم القوى المؤثرة على الكرة؟) واستخرج المعادلة التي تضع رموز الإجابة التي تبحث عنها (هل الكرة تتحرك بخط مستقيم أو بقطع هندسي مكافئ). معادلة تفاضلية واحدة تحكم كل الأرقام غير المعدودة لمعادلات – قوانين، ولا تشبه المعادلات – قوانين صغيرة تعمل في بعض الأحيان، وفي أحيان أخرى لا تعمل. المعادلة التفاضلية دائماً صحيحة، فهي قانون كوني. إنها لمحة على الآت الطبيعة.

قام حساب التفاضل والتكامل – بحسب طريقة التدفق – بربط المفاهيم مع بعضها، على سبيل المثال ربط المكان بالسرعة وبالتسارع. عندما رمز نيوتن للمكان بالرمز x أدرك أن السرعة ببساطة هي تدفق – يسميه الرياضيون الحديثون المشتق (derivative) لـ x:$\dot{x}$، والتسارع ليس أكثر من مشتق السرعة (رمز x بنقطتين من فوق). الذهاب من المكان إلى السرعة إلى التسارع والعودة مجدداً هو بسهولة التفاضل (إضافة نقطة أخرى) أو التكامل (إزالة نقطة). مع هكذا رمز، بمتناول اليد، استطاع نيوتن خلق معادلة تفاضلية تصف حركة كل الأشياء في الكون: $F = mx$ (نقطتين فوق حرف x)، حيث القوة على الشيء = F ، والكتلة = m، (فعلياً هذا ليس

بقانون كوني، فالمعادلة تعمل عندما تكون كتلة الشيء ثابتة. النسخة الأكثر عمومية لقانون نيوتن هي: $F = p$ (نقطة فوق p) حيث قوة دفع الشيء (momentum) = p وبالتأكيد عدل أينشتاين معادلات نيوتن بشكل أكبر). إن حصلت على معادلة تخبرك عن القوة المطبقة على شيء، حينها تكشف لك المعادلة التفاضلية كيف يتحرك الشيء فعلياً. على سبيل المثال: إذا كانت لديك كرة في حالة سقوط حر (free fall)، فهي تتحرك بقطع هندسي مكافئ، بينما يبقى الزنبرك الذي هو في حالة انعدام الاحتكاك يتحرك صعوداً وهبوطاً إلى الأبد، الزنبرك في حال احتكاك يعود إلى حالة الراحة (أنظر الشكل ٢٨). كما تبدو اختلافات النتائج من هذه الأشياء، فإنها جميعاً محكومة بالمعادلة التفاضلية عينها.

بطريقة مماثلة إن عرفت مسار شيء متحرك –كرة للعب أو كوكب مثلاً– يمكن للمعادلة التفاضلية أن تخبرك ما نوع القوة المطبقة (نصر نيوتن أخذ المعادلة التي تصف قوة الجاذبية، أو تصور أشكال مدارات الكواكب. شك الناس بأن تكون القوة نسبية لـ $1/r^2$، وعندما خرجت الأشكال البيضاوية (الإهليجية) (ellipses) من معادلات نيوتن التفاضلية، بدأ الناس بالاعتقاد أن نيوتن كان محقاً). بقيت المشكلة الأساسية برغم قوة حساب التفاضل والتكامل. كان عمل نيوتن مؤسساً على أسس مهتزة، قسمة صفر على صفر. أجرى منافس لنيوتن العمل عينه وبالتصدع عينه.

غوتفريد فيلهلم ليبنتز، محام ألماني محترم، ورياضي زار لندن عام ١٦٧٣، ومزق مع نيوتن العالم العلمي إرباً إرباً، برغم عدم حل مشكلة الصفر التي يعاني منها حساب التفاضل والتكامل.

لا أحد يعلم إن كان ليبنتز ابن الـ٣٣ سنة، قد صادف عمل نيوتن غير المنشور خلال رحلته إلى بريطانيا، لكنه طور حساب التفاضل والتكامل في زيارته الثانية ما بين الأعوام ١٦٧٣ و ١٦٧٦ بصيغة مختلفة قليلاً عن نيوتن.

ويبدو أن ليبنتز قد صاغ نسخته بشكل مستقل عن نيوتن، رغم بقاء المسألة غير محسومة. تراسل الطرفان في سبعينيات عام ١٦٧٠ ما جعل الأمر صعباً جداً لمعرفة كيف أثر كل منهما في الآخر. وبرغم أن النظريتين وصلتا إلى الإجابات عينها، لكن رموزهما – وفلسفتهما – كانتا مختلفتين بشكل كبير عن بعضهما.

لم يحب نيوتن الكميات المتناهية الصغر، أحرف الـo الصغيرة*، عملت في معادلاته في بعض الأحيان مثل الصفر، وفي أحيان أخرى مثل أرقام لا صفرية. في معنى ما، كانت هذه الكميات المتناهية الصغر صغيرة إلى حد لا متناه، أصغر من أي رقم يمكن تسميته، لكنها برغم هذا فهي أكبر من الصفر. وقد كانت هذه فكرة سخيفة لرياضيي ذلك الوقت. إذ شعر نيوتن بالخجل من وجود كميات متناهية الصغر في معادلاته، فكنسها إلى تحت السجادة. كانت الـo الصغيرة في حساباته مجرد وسطاء، عكازات تتلاشى بشكل عجائبي في نهاية الحسابات. من جهة أخرى، وجد ليبنتز متعة في الكمية المتناهية الصغر. في الوقت الذي كتب فيه نيوتن $\dot{x}$، كتب ليبنتز dx – قطعة متناهية الصغر من x. وبقيت هذه الكميات المتناهية الصغر من دون تغير في حسابات ليبنتز، وفعلياً مشتقة y ، بالنسبة إلى x لم تكن نسبة حرة لكميات متناهية الصغر من تدفقات y/x (لا تنس وضع نقطة فوق كل منهما)، بل نسبة الكميات المتناهية الصغر لـdy/dx.

بحسابات ليبنتز هذه الـdx (x بصيغة الجمع) يمكن ضربها مثل أي رقم عادي، لذا عادة ما يستخدم الرياضيون والفيزيائيون الحديثون رموز ليبنتز بدل رموز نيوتن. لأن لدى حساب التفاضل والتكامل الليبنتزي قوة حساب التفاضل والتكامل النيوتني، والفضل يعود لرموزه، وأكثر من هذا قليلاً. وما بقي تحت كل هذه الرياضيات لتفاضلية ليبنتز طبيعة المحرم عينه ٠/٠ الذي أعاق تدفقية نيوتن. الرياضيات تبقى معتمدة على الإيمان أكثر من المنطق ما دام هذا التصدع باق (في الواقع كان الإيمان عميقاً في فكر ليبنتز عندما اشتق رياضياته الجديدة، كالأرقام الثانية (*binary numbers*)، أي رقم يمكن كتابته بوتر من الأصفار والواحدات (جمع كلمة واحد)؛ بالنسبة لليبنتز كان هذا **خلق الفراغ** (*creation ex nihilo*) خلق الكون من عدم أكثر من الله/١ و فراغ/٠ وحاول ليبنتز أن يقنع المسيحيين باستخدام هذه المعرفة لانتقال الصينيين إلى المسيحية).

استغرق الأمر سنوات عديدة قبل أن يبدأ الرياضيون بتحرير حساب التفاضل والتكامل من ركائزه الغامضة، كون عالم الرياضيات كان مشغولاً بمن اخترع حساب التفاضل والتكامل.

هناك شكوك قليلة حول ما إذا كان نيوتن أول من أتى بالفكرة – في ستينيات عام ١٦٦٠ –ولم ينشر عمله إلا بعد ٢٠ سنة. لقد كان نيوتن ساحراً، ولاهوتياً، ومشتغلاً بالكيمياء القديمة (خميائي alchemist)، كما أنه عالم (استخدم نصوصاً توراتية على سبيل المثال؛ ليستنتج أن العودة الثانية للمسيح يمكن ان تكون بحدود سنة ١٩٤٨) وأن العديد من وجهات نظره ليست أكثر من بدع. ولذلك كان كتوماً ومعارضاً لنشر أعماله. في الوقت الذي كتم فيه

نيوتن اكتشافاته، طور ليبنتز حساب التفاضل والتكامل الخاص به. وبشكل حازم اتهم كل منهما الآخر بالسرقة (plagiarism) منه، وانسحبت هيئة الرياضيين الانكليزية (English mathematical community) التي دعمت نيوتن من هيئة الرياضيين القاريين (Continental mathematicians) التي دعمت ليبنتز. لذا تمسك الإنكليز برموز تدفقات نيوتن بدل تبني رموز ليبنتز التفاضلية الأكبر، لكن كمن يختبيء خلف إصبعه. فتخلف الرياضيون الإنكليز عن منافسيهم القاريين في تطوير حساب التفاضل والتكامل.

أول ما يتعلمه الرياضيون في حساب التفاضل والتكامل قاعدة لوبيتال (l'Hopital)، الرجل الفرنسي، لا الإنكليزي، الذي يُذكر بكونه أول من تعامل مع غموض الصفر واللانهاية اللذين غمرا حساب التفاضل والتكامل. من الغريب أن لوبيتال ليس من وضع القاعدة التي تحمل اسمه.

ينتمي غييوم فرنسوا دي لوبيتال، الذي ولدَ عام ١٦٦١، إلى طبقة النبلاء لذا كان ثرياً جداً، وكان مهتماً بالرياضيات. أمضى بعض الوقت في الجيش وأصبح قائد سلاح الفرسان، لكنه سرعان ما عاد إلى حبه الحقيقي: الرياضيات.

أحضر لوبيتال أفضل أستاذ رياضيات يمكن للأموال أن تجلبه: يوهان بيرنولي (Johann Bernoulli)، رياضي سويسري ومن أوائل من أجاد التعامل مع حسابات ليبنيز للكميات المتناهية الصغر. علّم بيرنولي لوبيتال حساب التفاضل والتكامل عام ١٦٩٢، وعشق لوبيتال الرياضيات الجديدة وبقي متابعاً أستاذه بيرنولي طالباً منه أن يُرسل إليه آخر ما يعمل عليه كي يعمل عليها كما يشاء، طبعاً مقابل الأموال التي كان يدفعها له. ونتيجة لهذا العمل أصدر لوبيتال كتاباً عام ١٦٩٦ بعنوان إنفينيمنت (Analyse des (infiniment petits)، وكان أول كتاب في حساب التفاضل والتكامل قدّمَ من خلاله، نسخة ليبنتز من حساب التفاضل والتكامل إلى معظم أوروبا. لم يُفسر لوبيتال أسس حساب التفاضل والتكامل في كتابه فقط؛ بل تضمن بعض النتائج الجديدة والمثيرة أيضاً. من أشهرها ما يعرف بقانون لوبيتال.

عمل قانون لوبيتال على أول تصدع مثير للمشاكل من تعابير ٠/٠ التي كانت تظهر خلال حساب التفاضل والتكامل، فقد زود قانون لوبيتال حساب التفاضل والتكامل باسلوب أوضح لتصور القيمة الحقيقية للعملية الرياضية التي تسير باتجاه ٠/٠ عند نقطة. وينص قانونه على أن: قيمة الكسر تساوي مشتقة البسط مقسمة على مشتقة المقام. على سبيل المثال: لنأخذ التعبير التالي: $x/(\sin x)$ عندما $x = 0$؛ $\sin 0 = 0$، ما يعني أن التعبير يساوي ٠/٠. باستخدام قانون لوبيتال نرى أن التعبير يسير باتجاه $1/(\cos x)$، كون ١ هو قيمة مشتق x و$\cos x$، هي مشتقة $\sin x$، و $\cos x = 1$، عندما $x = 0$، ما يعني أن التعبير برمته يساوي ١/١ = ١. مناورة ذكية يمكنها أن تستحضر قانون لوبيتال لحل تعابير غريبة أخرى: ∞/∞، و0^0، و0^∞، و$0\cdot\infty$.

كل هذه التعابير، ولكن تحديداً ٠/٠، يمكنها أن تأخذ أي قيمة ترغب بها اعتماداً على العمليات (functions) التي تضعها في البسط والمقام، لذا يطلق على نتيجة ٠/٠ : غير محدد (indeterminate). وبالتالي لم يعد غامضاً تماماً، حيث يمكن للرياضيين استخراج بعض المعلومات حول ٠/٠ إذا ما اقتربوا منه بحذر. ولم يعد الصفر عدواً ليتجنبوه، بل كان معضلة لتدرس.

بدأ بيرنولي مباشرة بعد موت لوبيتال عام ١٧٠٤ وبشكل مبطن يشيع، بشكل مبطن، أن لوبيتال سرق أعماله. في الوقت الذي رفضت به

«لجنة الرياضيين» ادعاءات بيرنولي، لم يثبت لوبيتال نفسه كرياضي متمكن فقط، بل إن بيرنولي شخص سيء السمعة أيضاً. كما حاول بيرنولي، سابقاً، ادعاء أنه صاحب إثبات لرياضي آخر (الرياضي الآخر كان شقيقه جاكوب). على رغم ادعاءات بيرنولي في قضية لوبيتال، إلاّ أن مراسلاته مع لوبيتال بُررت لأنها دعمت قصته مع لوبيتال. وا حسرتاه على بيرنولي اسم لوبيتال بقي ملتصقاً بالقاعدة.

كان قانون لوبيتال مهماً جداً لحل بعض الصعوبات مع ٠/٠، لكن المشكلة بقيت بلا حل. يعتمد كل من حساب التفاضل والتكامل لنيوتن وليبنيز على القسمة على صفر – وعلى أرقام تختفي بأعجوبة عندما تربعها. يتفحص قانون لوبيتال ٠/٠ بأدوات بُنيت على ٠/٠ لتبدأ بها. إنه حوار دائري. مع بدء الفيزيائيين والرياضيين، في كل أنحاء العالم، باستخدام حساب التفاضل والتكامل لتفسير الطبيعة، انطلقت صرخات الاعتراض من الكنيسة.

ألف بعد موت نيوتن بـ٧ سنوات جورج بيركلي (George Berkeley)، كتاباً بعنوان «المحلل» « The Analyst, Or a Discourse to an Infidel Mathematician» (المحلل، أو حوار موجه لرياضيين كفرة) وهاجم في كتابه الحيل الوسخة لنيوتن (وليبنتز) مع الصفر، والرياضيون المستجوبون ليسوا الداعم الدائم لنيوتن من أمثال إدموند هالي (Edmund Halley).

أطلق بيركلي تسمية «أشباح كميات مغادرة» على الكميات المتناهية الصغر مبيناً كيف لاختفاء هذه الكميات المحصنة أن تقود إلى تناقض، مستنتجاً «من يستطيع هضم تدفق ثانٍ أو ثالثٍ، فرقَ ثانٍ أو ثالث، يبدو لي أنه ليس بحاجة إلى أن يكون شديد الحساسية من وجهة نظري للألوهية».

رغم انتقاد رياضيي ذلك الوقت لمنطق باركلي، إلاّ أن الراهب كان محقاً بشكل كلي. ففي تلك الأيام كان حساب التفاضل والتكامل مختلفاً بشكل كبير عن بقية حقول الرياضيات. لقد أثبتت كل نظرية هندسية بشكل صارم؛ أنه يمكن للرياضي أخذ بعض القواعد من أقليدس (Euclid) مستكملاً بحذر، وخطوة بخطوة أن يبيّن كيف لمجموع زوايا المثلث أن يكون ١٨٠ درجة، أو لأي حقيقة هندسية أخرى. في المقابل حساب التفاضل والتكامل كان معتمداً على الإيمان.

لم يستطع أحد أن يثبت كيف لهذه الكميات المتناهية الصغر أن تختفي عندما تُربع؛ لقد قبلوا الأمور واختفاءها كما هي لأن بالوقت المناسب يعطي إجابة صحيحة. ولم يقلق أحد من القسمة على ٠ منذ أن فسر تجاهل قواعد الرياضيات كل شيء من سقوط تفاحة إلى مدارات الكواكب في السماء. ورغم إعطائه الإجابة الصحيحة؛ فقد كان استخدام حساب التفاضل والتكامل فعلاً إيمانياً كالإيمان بالله.

نهاية الغموض

الكمية **شيء أو لا شيء: إن تكن شيئاً فهي لم تختف بعد، وإن تكن لا شيء فستكون اختفت حتماً وافتراض وجود حال وسطية بين الاثنين هو وهم.**

(جين لي روند: مفارقة هيدروديناميك)

- JEAN LE ROND D'ALEMBERT

أُبعد الغموض عن حساب التفاضل والتكامل في ظل الثورة الفرنسية.

برغم الأسس المهزوزة لحساب التفاضل والتكامل في نهاية القرن الثامن عشر كان لدى الرياضيين في كل أنحاء أوروبا نجاحات مبهرة من خلال أدوات جديدة. اكتشف كل من كولين ماكلورين (Colin Maclaurin) وبروك تايلور (Brook Taylor)، ربما أفضل رياضيي بريطانيا خلال فترة عزلتها عن القارة، كيفية استخدام حساب التفاضل والتكامل لإعادة كتابة الدلالات (functions) بصيغة مختلفة. على سبيل المثال: بعد استخدام بعض الحيل في حساب التفاضل والتكامل أدرك الرياضيون أن الدالة $1/(1-x)$ يمكن إعادة كتابتها بالطريقة التالية:

$$1 + x + x^2 + x^3 + x^4 + x^5 + \ldots$$

رغم ان كلتا العبارتين تبدو مختلفة كلياً لكنهما الصيغة عينها تماماً (مع بعض الافتراضات).

يمكن للمحاذير التي نبعت من خواص الصفر واللانهاية أن تصبح مهمة جداً. استخدم الرياضي السويسري ليونهارد أويلر (Leonhard Euler)، مُلهماً بسهولة تعامله مع حساب التفاضل والتكامل ومع الأصفار وإلى ما لا نهايات، المنطق عينه الذي استخدمه تايلور وماكلورين لـ«إثبات» مجموع:

$$\ldots 1/x^3 + 1/x^2 + 1/x + 1 + x + x^2 + x^3 + \ldots$$

تساوي صفر (أقنع نفسك أن هناك شيئاً مريباً يحدث. ضع رقم ١ بدل x وانظر ما يحدث). لقد كان أويلر رياضياً ممتازاً – في الواقع ومن أكثر الرياضيين إنتاجاً وتأثيراً في التاريخ في حالة التعامل بعدم اكتراث مع الصفر واللانهاية الذي قاده إلى التيه.

أخيراً طفل لقيط روَّض الصفر وإلى ما لا نهايات في حساب التفاضل والتكامل ومخلصاً الرياضيات من غموضها. وجد رضيع، عام ١٧١٧، على أدراج كنيسة القديس جان بابتيست لو رون (church of Saint Jean Baptist le Rond) في باريس. في ذكرى تلك المناسبة سمي الطفل جان لو رون، ولقب بـ دالمبير (d'Alembert). وبرغم أنه تربى في كنف أفقر أهل من الطبقة العاملة – والده الراعي يعمل في الزجاج – تبين لاحقاً أن والده البيولوجي كان جنرالاً وأمه البيولوجية كانت من الطبقة الارستقراطية.

أكثر ما اشتهر به دالمبير مساهمته في **«الموسوعة»** (*Encylopedie*) المشهورة عن معرفة الإنسان – مجهود ٢٠ سنة مع مؤلف مساعد اسمه دنيس ديدرو (Denis Diderot)، لكن دالمبير أكثر من موسوعي. فهو الذي أدرك أن اعتبار الرحلة كمكان للوصول أمر مهم. فكان أول من أوجد فكرة *الحد* (*limit*) وحل مشاكل حساب التفاضل والتكامل مع الصفر.

لنعد مجدداً إلى قصة آخيل والسلحفاة، والتي هي مجموع لا محدود للخطوات تقترب أكثر وأكثر من الصفر. معالجة مجموع لا محدود – ما إذا كان في مسألة آخيل أو في إيجاد مساحة تحت منحنى أو إيجاد صيغة بديلة لدالّة رياضية – تسبب بوصول الرياضيين إلى نتائج متناقضة.

أدرك دالمبير أن مسألة آخيل تنتهي إذا اعتبرتَ أن هناك حداً (*limit*) للسباق. في مثالنا (الشكل ١٠)، في كل خطوة يأخذها آخيل وتأخذها السلحفاة يقتربان أكثر وأكثر من علامة القدمين. ما من خطوة تأخذهما أبعد أو حتى تبقيهما على المسافة عينها؛ كل لحظة تقربهما من تلك العلامة. لذا حد ذاك السباق وآخر مكان يمكن الوصول إليه؛ هو علامة القدمين، هناك آخيل يتخطى السلحفاة.

كيف تثبت أن مسافة القدمين هي فعلياً حد السباق؟ أسألك كي تتحداني. أعطني مسافة صغيرة، بغض النظر عن نظرها، وسوف أخبرك متى يكون كل من آخيل والسلحفاة أقل بعداً عن الحد من هذه المسافة الصغيرة.

على سبيل المثال لنقل انك تتحداني بمسافة 1/1000 من القدم. بعد حسابات قليلة سوف أخبرك أنه بعد الخطوة الحادية عشرة، أن آخيل على بعد ٩٧٧ من المليون من القدم من علامة القدمين، والسلحفاة في منتصف المسافة؛ لقد قبلت تحديك بـ٢٣ من المليون من القدم كي أحتفظ بها. ماذا لو تحديتني بمسافة بطول واحد من مليار من القدم؟ بعد ٣١ خطوة آخيل على بعد ٩٣١ من التريليون من القدم من الهدف – أقرب بـ ٦٩ تريليون ممّا تحتاجه – والسلحفاة، مجدداً، في منتصف المسافة. بغض النظر عن صغر المسافة التي يمكن أن تتحداني بها يمكن أن أقبل التحدي بإخبارك الوقت عندما يقترب آخيل من العلامة أكثر ممّا تطلب. أمر يبين أن آخيل يقترب فعلياً بشكل اعتباطي من علامة القدمين مع تقدم السباق: حد السباق قدمان.

بدل التفكير بالسابق كمجموع لأجزاء لا محدودة، فكِّر به كحد لسباقات – فرعية محدودة (finite). وعلى سبيل المثال: يركض آخيل في السباق الأول مسافة علامة قدم، ركض آخيل ١. قدماً واحداً بالكل. في السباق التالي يركض آخيل الجزأين – أولاً ركض قدماً واحداً، ومن ثم نصف قدم، بالمجموع ركض آخيل ١.٥ قدم. أخذه السباق الثالث إلى بُعد

$1 + ½ + ¼$

المجموع ١.٧٥ كل من هذه السباقات الفرعية محدود ومعروف بشكل جيد؛ ولا نواجه بتاتاً اللانهاية .

ما قام به دالمبير بطريقة غير رسمية – صاغه لاحقاً الفرنسي اوغستين كوشي (Augustin Cauchy)، والتشيكي برنهارد بولزانو (Bernhard Bolzano) والألماني كارل فيارسترس (Karl Weierstrass) – كان إعادة كتابة اللامحدود.

$$1 + ½ + ¼ + 1/8 + … + 1/2^n + …$$

كتعبير

حد (n تسير باتجاه ∞) لـ $1 + ½ + ¼ + 1/8 + … + 1/2^n$

تغيير بارع في الرمز لكنه صنع كل الفرق في العالم.

تختفي كل العمليات الرياضية، حتى تلك السهلة من مثل الجمع والطرح والضرب والقسمة، عندما يكون لديك مقدار اللانهاية، أو عندما تقسم على صفر. لم يعد هناك من معنى لأي شيء. لذا عندما تتعامل مع متتالية برقم لا محدود حتى الـ + حينها لا تبدو مسألة تسير بسهولة. وجمع لا محدود لـ +١ و 1- الذي كنا قد رأيناه في بداية الفصل يبدو أنه مساوٍ للصفر و ١ في الوقت عينه.

مع وضع إشارة حد في بداية المتتالية فإنك تفضل العملية على الهدف. وبهذه الطريقة تتجنب التعامل مع اللامحدودات والأصفار. كسباقات آخيل الفرعية كل منها محدود، كل مجموع جزئي في حد هو محدود. يمكنك جمعها، تقسيمها، تربيعها: يمكنك فعل ما تشاء، فقواعد الرياضيات ما زالت تعمل لأن كل شيء محدود. بعد هذا عندما تكمل كل معالجاتك، تأخذ حداً، وتستنتج وتكتشف إلى أين تتجه العبارة.

لا يوجد حد في بعض الأحيان. على سبيل المثال: جمع لا محدود لـ +١ و -١ لا حد له. تتأرجح قيمة المجاميع الجزئية ما بين ٠ و١؛ فهي لا تسير باتجاه يمكن التنبؤ به. لكن في سباق آخيل المجاميع الجزئية تسير من ١ إلى ١.٥ إلى ١.٧٥ إلى ١.٨٧٥ إلى ١.٩٣٧٥ وهكذا دوليك مقتربة أكثر وأكثر من ٢. للمجاميع مكان وصول (destination) – حد.

ينطبق الشيء عينه على المشتقة. بدل القسمة على صفر، كما فعل نيوتن وليبنتز، يقسم الرياضيون الحديثون على رقم يدعونه يقترب من الصفر. يقومون بالقسمة – بشكل قانوني، لعدم وجود أصفار – ومن ثم يأخذون الحد. الحيلة القذرة لتربيع كميات صغيرة جداً تختفي، ومن ثم القسمة على ٠ للحصول على المشتقة لم يعد من حاجة لها (أنظر الملحق c).

قد يبدو هذا المنطق كالخوض في أمور غير مهمة، هكذا محاججة غامضة كغموض «شبح» نيوتن، لكن في الواقع ليست كذلك. إنها تفي بالمستلزمات المنطقية الدقيقة والصارمة للرياضيين. فهناك أسس صارمة لا تنساق مع مفهوم الحد. فعلياً يمكنك أن تستغني عن محاججة «أتحداك» كلياً، ما دام هناك طرق أخرى لتعريف الحد، من مثل تسميتها مقاربة (convergence) رقمين الحد الأعلى و الحد الأدنى، *lim sup* و *lim inf* (لدي إثبات رائع لهذا، لكن للأسف الكتاب صغير جداً لاحتوائه). وكون الحدود محكمة منطقياً، وبتعريف المشتقة بعبارات حدود أصبحت هي أيضاً محكمة – ووضعت حساب التفاضل والتكامل على أسس ثابتة.

لم يعد هناك من حاجة للقسمة على أصفار، فتلاشى الغموض من عوالم الرياضيات، وحكم المنطق مجدداً. استمر السلام إلى أن أتى عهد الرعب (Reign of Terror).

الفصل السادس
توءم اللانهاية
الطبيعة اللانهائية للصفر

خلق الله الأرقام وكلُّ بقيةٍ من عمل البشر

(ليبولد كرونكر**)**

- LEOPOLD KRONECKER

لطالما بدا كل من الصفر واللانهاية متساويين بشكل يثير الشكوك. اضرب صفراً بأي شيء النتيجة صفر. اضرب اللانهاية بأي شيء النتيجة اللانهاية . قسمة رقم على صفر تنتج اللانهاية ، قسمة رقم على اللانهاية تعطي صفر. أضف صفراً إلى رقم يبقى الرقم من دون تغير. أضف رقم اللانهاية لا تتغير اللانهاية .

كانت التشابهات مرئية منذ عصر النهضة، ولكن كان على الرياضيين الانتظار حتى نهاية الثورة الفرنسية قبل أن يكشفوا، أخيراً، سر الصفر الكبير.

الصفر وإلى اللانهاية وجهان لعملة واحدة – متساويان ومتعاكسان، ين وينغ، عدوان متساويان في القوة عند طرفي نهاية عالم الأرقام. تكمن

طبيعة الصفر الصعبة في القوى الغريبة لانهاية . ويمكن فهم اللانهاية بدراسة الصفر. لتعلُّم هذا كان على الرياضيين أن يغامروا في عالم الخيال، عالم غريب فيه الدائرة خطوط، والخطوط دوائر، اللانهاية والصفر يجلسان في أقطاب متعاكسة.

المُتخَيل

... الملجأ الجميل واللطيف للروح الإلهية –برمائي ما بين الوجود والعدم تقريباً.

(غوتفريد ليبنز)

- GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ

لم يكن الصفر الرقم الوحيد الذي رفضة الرياضيون الغربيون لقرون، فكما عانى الصفر من تعصب اليونانيين، هناك أرقام أخرى تم تجاهلها أيضاً. أرقام لا معنى هندسياً لها. أحد هذه الارقام، i، الذي حمل مفتاح الخواص الغريبة للصفر.

قدم الجبر أسلوباً آخر للنظر إلى الأرقام، بعيداً بشكل كلي عن الأفكار الهندسية لليونان. فبدل محاولة قياس المساحة داخل القطع الهندسي المكافىء، كما فعل اليونانيون، بحث الجبريون (علماء الجبر algebraists) لايجاد الحلول لمعادلات ترمز إلى العلاقات في ما بين الأرقام المختلفة. على سبيل المثال: المعادلة البسيطة

$$4x - 12 = 0$$

تصف كيف لرقم مجهول x أن يكون بعلاقة مع 4 و12 و ٠. مهمة طلاب الجبر أن يتصوروا ما هو الرقم x. في هذه الحالة $x = 3$. استبدل x بـ ٣ في المعادلة المذكورة في الأعلى وبسرعة سترى أن المعادلة حلت؛ ٣ هي حل المعادلة $4x - 12 = 0$ بكلمات أخرى ٣ هي **صفر** أو **جذر (بمعنى حل)** التعبير $4x - 12$.

عندما تبدأ بربط الرموز مع بعضها لتحصل على معادلة، يمكن أن تنتهي بشيء غير متوقع. على سبيل المثال: خذ المعادلة السابقة وغير إشارة **(-)** إلى إشارة **(+)**، تبدو معادلة بريئة المظهر

$$4x + 12 = 0$$

لكن حل هذه المعادلة **=** 3- رقم سالب.

قبِل الرياضيون الهنود «الصفر» في الوقت الذي رفضه الأوربيون قروناً عدة، والشرق احتضن الأرقام السالبة، وحاول الغرب تجاهلها، حتى نهايات القرن الـ١٧، ورفض ديكارت قبولها كجذور للمعادلات، مطلقاً عليها اسم «جذور كاذبة»، ما يفسر عدم مدّه لنظام الإحداثيات الذي أوجده ليصل إلى الأرقام السالبة. وديكارت الذي هو من آخر المتمسكين بهذا، كان ضحية نجاحه في تزويج الجبر مع الهندسة. ومنذ زمن الأرقام السالبة المفيدة للجبريين – وضمناً الغربيين منهم كانت الأرقام السالبة دائمة الظهور في حل المعادلات، من مثل المعادلات التربيعية **(**quadratic equations**)**.

المعادلة الخطية، من مثل $4x - 12 = 0$ حلها بسيط جداً، وهكذا مسائل لم تسلِّ الجبريين فترات طويلة. لذا انتقلوا إلى مسائل أصعب: المعادلات التربيعية - معادلات تبدأ بعبارة x^2، مثل

$$x^2 - 1 = 0$$

المعادلات التربيعية أكثر تعقيداً من المعادلات العادية، لسبب واحد وهو أن لها حلين. على سبيل المثال المعادلة $x^2 - 1 = 0$ لها حلان: ١ و 1- (ضع ١ أو 1- مكان x، وشاهد ما يحدث). كل من هذه الأرقام يحل المعادلة، بسهول تنفصل (split) $x^2 - 1$ إلى $(x + 1)\ (x - 1)$، ما يقود بسهولة إلى أن $x = 1$ او 1- ، ويسير نحو التعبير باتجاه الصفر.

توجد طريقة سهلة لتصور حلول المعادلة التربيعية برغم أن المعادلات التربيعية أكثر تعقيداً، والطريقة هي: الصيغة التربيعية المشهورة التي تتوج إنجاز انتهاء صف الجبر في المرحلة الثانوية. المعادلة التربيعية:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

صيغة حلها:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

إشارة (+) تعطينا حلاً، وإشارة (-) تعطينا حلاً آخر. والصيغة التربيعية معروفة منذ قرون؛ فقد عرف الرياضي الخوارزمي، في القرن الـ٩، كيف يحل كل المعادلات التربيعية تقريباً، برغم أنه، كما يبدو، لم يأخذ بالاعتبار الأرقام السالبة كحلول. بعد فترة قصيره تعلم الجبريون القبول بالأرقام السالبة كحلول مقبولة للمعادلات. وكانت الأرقام التخيلية (imaginary numbers) مختلفة قليلاً.

لم تظهر أبداً الأرقام التخيلية في المعادلات الخطية لكنها بدأت بالظهور في المعادلات التربيعية. لنأخذ المعادلة التالية:

$$x^2 + 1 = 0$$

يبدو أنه لا يوجد رقم لحل هذه المعادلة، ضع 235.23 ,750- ,3 ,1- أو أي رقم سالب أو إيجابي يمكن أن تفكر فيه، فكلها لا تنتج حلاً صحيحاً. وببساطة لا ينفصل التعبير. والأسوأ عندما تحاول أن تطبق عليها معادلة تربيعية، تحصل على إجابتين سخيفتين:

$$+\sqrt{-1} \text{ و } -\sqrt{-1}$$

يبدو أنه لا معنى لهذه التعابير. فقد كتب الرياضي الهندي باهسكارا (Bhaskara)، في القرن الـ١٢، «لا يوجد جذر تربيعي لرقم سالب، لأن الرقم السالب لا تربيعي». ما أدركه باهسكارا وآخرون كان ما يلي: عندما تربع رقماً موجباً، تحصل مجدداً على رقم موجب. على سبيل المثال 4 = 2 x 2. عندما تربع رقماً سالباً تحصل على رقم موجب؛ على سبيل المثل 4 = 2- x 2-. عندما تربع ٠ تحصل على ٠. كل الأرقام الموجبة والسالبة والصفر تعطيك مربعات لا سالبة، وهذه الاحتمالات الثلاثة تغطي كل خط الأرقام. ما يعني أنه لا يوجد على خط الأرقام رقم يعطيك رقماً سالباً عندما تربعه. لذا تبدو فكرة الجذر التربيعي لرقم سالب فكرة سخيفة.

ظن ديكارت أن هذه الأرقام أسوأ من الأرقام السالبة؛ وأطلق عليها اسم حقير: أرقام متخيلة (imaginary numbers). التصق بها الاسم وأصبح i رمز الجذر التربعي لـ1-.

أحب الجبريون الرمز i، وكرهه تقريباً كل الآخرين. فقد كان رائعاً لحل متعدد الحدود (polynomial) – وتعابير من مثل $x^3 + 3x + 1$ حيث أس (power) x يكون متنوعاً. عندما تسمح للرمز i بالدخول إلى عالم الأرقام،

يمكنك حلُّ أي متعددة الحدود: $x^2 + 1$ ويمكن أن تنفصل حلول المعادلة إلى $(x - i)(x + i)$ - $+i$ و $-i$. وتعابير تربيعية مثل: $x^3 - x^2 + x - 1$ تنفصل إلى طريقتين: مثل

$$(x - 1)(x + i)(x - i)$$

تعابير تربيعية - واحدة بعبارة x^4 - دائماً تنفصل إلى ٤ عبارات – وتعابير من الدرجة الخامسة – بقيادة x^5 – تنفصل بخمس طرق. كل متعددات الحدود من درجة n – لديها عبارة قائدة من درجة x^n – تنفصل إلى عبارات بعدد n، وهي المبرهنة الأساسية للجبر (fundamental theorem of algebra).

استخدم الرياضيون، منذ بدايات القرن الـ١٦، أرقاماً تضمنت i – ما يعرف بالأرقام المركبة (complex numbers) – لحل متعددات الحدود التربيعية والتكعيبية. عندما رأى بعض الرياضيين الأرقام المركبة كخيال ملائم (convenient fiction)، وجد بها بعضه الآخر الله.

اعتقد ليبنتز أن i خليطاً عجيباً ما بين الوجود وعدم الوجود، يشبه العبور ما بين ١ وهو (الله) و٠ وهو (العدم)، في مخططه الثنائي (binary). وشبّه ليبنتز الـرمز i بالروح القدس، لكنه لم يدرك أن i يمكنه أخيراً أن يكشف العلاقة ما بين الصفر واللانهاية. واستغرق الأمر في الرياضيات تكورين مهمين قبل كشف العلاقة الحقيقية ما بينهما.

نقطة ونقيضها

سوف يرى حينها البساطة في هذه المفاهيم التي تقود إلى خواص معروفة وإلى لانهاية أخرى لا يمكن أن تلامسها الهندسة ببساطة.

(جان فيكتور بونسيليه)

- JEAN-VICTOR PONCELET

ولّد التطور الأول – هندسة اسقاطية (projective geometry) في خضم الحرب؛ ففي سنوات عام ١٧٠٠ كانت فرنسا، وإنكلترا، والنمسا، وبروسيا، وإسبانيا، وهولندا وغيرها من الدول تتنافس على السلطة. فتشكلت أحلاف وانفرط عقدها، وتشكلت أخرى وانفرط عقدها وهكذا دواليك؛ ونشبت صراعات جديدة على المستعمرات، وصارعت دول للهيمنة على التجارة من وإلى العالم الجديد. اشتبكت فرنسا مع بريطانيا، ودول أخرى اشتبكت مع بعضها أيضاً خلال النصف الأول من القرن الـ١٨، وتقريباً بعد ربع قرن من موت نيوتن، نشبت حربٌ على نطاق واسع حاربت فيها فرنسا والنمسا وإسبانيا وروسيا إنكلترا وبروسيا لـ٩ سنوات.

استسلمت فرنسا عام ١٧٦٣ وانتهب حرب «السنوات السبع (Seven Years' War) وكان هناك سنتان من الحرب قبل إعلان الحرب رسمياً. جعل النصر فيها من بريطانيا القوة البارزة في العالم، فكان لهذا كلفة مرتفعة وكلا الدولتين فرنسا وبريطانيا خرجت منهكة مديونة – وكلاهما عانى من النتائج: ثورات. بعد انتهاء «حرب السنوات السبع»، بما يقرب عقد من الزمن، اندلعت الثورة الأميركية؛ ثورة جردت بريطانيا من أغنى مستعمراتها. واندلعت الثورة الفرنسية، عام ١٧٨٩، في الوقت الذي كان يؤدي فيه جورج واشنطن (George Washington) اليمين الدستوري لحكم الولايات المتحدة المؤسسة جديداً. وقطع الثوريون رأس الملك الفرنسي بعد أربع سنوات.

وقّعَ الرياضي غسبار مونغ (Gaspard monge) وثيقة الحكومة الثورية لإعدام الملك. وكان مونغ عالم هندسة بارز؛ متخصص بالهندسة الفراغية، وكان مسؤولاً عن طريقة رسم المهندسين المعماريين والمهندسين للأبنية والآلات، حيث يسقطون التصميم على مسطح أفقي وآخر عمودي، محتفظين بكل المعلومات اللازمة لإعادة بناء الشيء. وكان عمل مونغ هذا مهماً جداً للجيش ومعظمه تعتبره الحكومة الثورية وحكومة نابليون التي خلفتها سريعاً سراً من أسرار الدولة.

كان جان فيكتور بونسيليه تلميذ مونغ، وتعلم الهندسة الفراغية وتدرب ليكون مهندساً في جيش نابليون، ولكن لسوء حظه لحظة انضمامه إلى الجيش انطلق نابليون إلى موسكو عام ١٨١٢.

تقلص جيش نابليون مع تقهقره من موسكو إلى عدد قليل جداً بسبب قساوة البرد، وقساوة الجيش الروسي المساوية لقساوة البرد. وتُرك بونسيليه ليموت في أرض المعركة، معركة كراسنوي (Krasnoy). أسره الروس وهو حي، ووجد في سجن روسي يدرس اختصاصاً جديداً: هندسة إسقاطية.

كان عمل بونسيليه ذروة لعمل بدأ في القرن الـ١٥ لفنانين ومهندسين معماريين من أمثال فيليبو بورنلسكي (Filippo Brunelleschi)، وليوناردو دافنشي (Leonardo da Vinci) الذي اكتشف كيف يرسم واقعياً – المشهد (perspective). عندما يلتقي خطان «متوازيان» في نقطة التلاشي في لوحة، يُخدع فيها الناظر إليها معتقداً أن الخطين لا يلتقيان أبداً. تصبح المربعات شبه منحرفات (trapezoids) في أرض اللوحة؛ يتشوه كل شيء بأناقة ولكن

اللوحة تبدو طبيعية تماماً بالنسبة للناظر إليها. هذه هي خاصية نقطة بعيدة لا محدودة – صفر في اللانهاية .

أخذ يوهانز كبلر (Johannes Kepler)، الرجل الذي اكتشف أن الكواكب تسير في مدارات إهليلجية، الفكرة – نقطة بعيدة لا محدودة – في خطوة أبعد من هذه. وللاهليلج مركزان، أو ما يعرف بـ (*foci*)، كلما تطاول (elongated) الإهليلج ابتعد المركز عن الآخر. كل الإهليلجيات لها الخاصية عينها وهي: إن تضع مصباً بأحد المراكز على مرآة بشكل إهليلج فستقترب كل اشعاعات الضوء من المركز الثاني بغض النظر عن مدى مط الإهليلج (أنظر الشكل ٢٩).

مطّ كبلر في ذهنه الإهليلج أكثر وأكثر مبعداً المركز عن الآخر أكثر وأكثر، ومن ثم تخيل أن المركز الثاني ابتعد إلى بعد لا محدود: فوجد المركز الثاني نقطة في اللانهاية . فجأة يصبح الإهليلج قطعاً مكافئاً (parabola)، وكلُ الخطوط التي تقاربت لنقطة تصبح خطوطاً متوازية. ببساطة القطع المكافىء هو إهليلج بمركز عند اللانهاية.

يمكنك رؤية هذا بشكل لطيف باستعمالك مصباح يدوي (flashlight). اذهب إلى غرفة مظلمة، قف إلى جانب الحائط، ووجه المصباح اليدوي إليه مباشرة، ستحصل على دائرة ضوئية لطيفة ومستديرة على الحائط. الآن أمِل، ببطء، المصباح اليدوي باتجاه الأعلى (أنظر الشكل ٣١)، سترى الدائرة تمددت إلى إهليلج يطول ويطول مع زيادة إمالتك للمصباح اليدوي. فجأة ينفتح الاهليلج ويصبح قطعاً مكافئاً. لذا أُثبتت نقطة كبلر في اللانهاية أن القطع المكافىء والإهليلج هما، فعلياً، الشيء عينه.

ومثّل هذا بداية اختصاص الهندسة الإسقاطية، حيث فيه ينظر الرياضيون بالظلال وإسقاطات الأشكال الهندسية لكشف الحقائق المخفية والأكثر قوة ممّا تساويه الإهليلجيات والقطوع المكافئة. لكن كل هذا يعتمد على قبول نقطة عند اللانهاية .

جيرار ديسارغو (Gerard Desargues)، هو مهندس معماري فرنسي في القرن الـ١٧، من أوائل رواد الهندسة الاسقاطية استخدم نقطةً عند اللانهاية لاثبات عدد من النظريات الجديدة المهمة، إلاّ أن زملاءه لم يفهموا تعابيره واستنتجوا أنه مغفل، ونسيت أعماله برغم أن قلة من الرياضيين، من أمثال باسكال (Blaise Pascal) استخدموها.

لم يهتم بونسيليه لأي من هذه الأمور. كتلميذ مونغ تعلم بونسيليه تقنيات إسقاط رسومات توضيحية (diagrams) على مسطحين، وكسجين حرب لديه متسع من الوقت. استغل وقته بالسجن لإعادة اكتشاف مفهوم نقطة عند اللانهاية، ودمجها مع أعمال مونغ، وأصبح أول هندسي إسقاطي (projective geometer). عند عودته من روسيا (حاملاً معداداً روسياً، في حينها كان شيئاً غريباً) نهض بالاختصاص إلى مستوى رفيع من الفن[1]. لكن لم يكن لدى بونسيليه فكرة الهندسة الإسقاطية التي يمكنها أن تكشف

(١) استحضرت هندسة بونسيليه الإسقاطية واحدة من أقدم مفاهيم الرياضيات: مبدأ الازدواجية (duality). تعلم في هندسة المرحلة الثانوية أن نقطتين تحددان خطاً. لكن إذا تقبلت فكرة النقطة عند اللانهاية، خطان يحددان نقطة، حينها الخطوط والنقط تكون ازدواجية لبعضها. كل نظرية في هندسة إقليدس يمكن أن تكون ازدواجية في الهندسة الإسقاطية، مؤسسة لمجموعة نظريات جديدة في الكون الموازي للهندسة الإسقاطية.

غموض طبيعة الصفر، لأن التقدم الثاني ما زال بحاجة إلى وجود المستوى المركب (complex plane). وعلينا الانتقال إلى ألمانيا لهذا الجزء من الأحجية.

بدأ كارل فريدريش غاوس (Carl Friedrich Gauss)، الذي ولد سنة ١٧٧٧ والذي يُعد معجزة ألمانية، مهنته في الرياضيات بالبحث في الأرقام التخيلية. وأطروحة الدكتوراه خاصته في إثبات المبرهنة الأساسية في الجبر (fundamental theorem of algebra) – مضيفاً أن كثيرة الحدود من درجة n بمتغير واحد (التربيعية من الدرجة ٢، التكعيبية من الدرجة ٣، الرباعية من درجة ٤ وهكذا دوليك) لها n حل. هذا ممكن، فقط، إذا قبلت بالأرقام التخيلية والأرقام الحقيقية (real numbers).

عمل غاوس في حياته على عناوين متعددة لا تصدق – أعماله على المنحنى أصبحت المفتاح الرئيسي لنظرية أينشتاين «النظرية العامة للنسبية» – وكانت طريقته برسم الأرقام التخيلية التي كشفت كل البنية الجديدة في الرياضيات.

أدرك غاوس، في ستينيات ١٨٦٠، أن كل رقم تخيلي – أرقام لها أجزاء حقيقية وتخيلية، من مثل

$1 - 2i$ - يمكن تمثيلها على الإحداثيات الديكارتية. يمثل المحور الأفقي الجزء الحقيقي من الرقم التخيلي، بينما يمثل العمودي الجزء التخيلي (أنظر الشكل ٣٢). يسمى هذا البناء البسيط المسطح المعقد (complex plane) كاشفاً العديد من طرق عمل الأرقام. خذ على سبيل المثال الرقم i، الزاوية ما بين i و محور x تكون ٩٠ درجة (أنظر الشكل ٣٣). ما الذي يحدث عندما تربع i وفق التعريف:

$$i^2 = -1 \text{ –a}$$

نقطة تكون زاويتها ١٨٠ درجة من محور x؛ الزاوية تضاعفت. الرقم i3 يساوي

$$- i - 270^{o}$$

من محور x، (للتوضيح ٢٧٠ درجة لا ٢٧٠ لأس ٠)، الزاوية أصبحت ثلاثة أضعاف. الرقم

$$i^4 = 1$$

لقد ذهبنا ما يقرب ٣٦٠ درجة – تماماً أربعة أضعاف الزاوية الأساسية (أنظر الشكل ٣٤)، والأمر ليس مصادفة. خذ أي رقم تخيلي وقس زاويته، رافعاً الرقم إلى nth أس ضارباً زاويته بـ n، ومع رفعك للرقم إلى أس أعلى وأعلى سيغزل الرقم باتجاه الداخل أو الخارج اعتماداً على ما إذا كان الرقم داخل دائرة الوحدة (unit circle) أو خارجها، دائرة مركزها في مركز تقاطع محوري x و y ونصف قطرها ١ (أنظر الشكل ٣٥). لقد أصبح الضرب والرفع إلى أس (exponentiation) في السطح المعقد أفكاراً هندسية؛ يمكن فعلاً ان ترى حدوثها. وكان هذا التقدم الثاني.

الرجل الذي مزج الفكرتين معاً وتلميذ غاوس هو برنارد ريمان (Georg Friedrich Bernhard Riemann). وقد دمج الهندسة الإسقاطية مع الأرقام التخيلية، وفجأة أصبحت الخطوط دوائر، والدوائر خطوطاً، والصفر وإلى ما لا نهاية فأصبحا قطبي كرة مملوءة بالأرقام.

تخيل ريمان كرة نصف شفافة قائمة على رأس مسطح معقد، قطبها الجنوبي يلامس الصفر. وإن كان هناك ضوء ضئيل عند القطب الشمالي من

الكرة، فأي أشكال تُرسم على الكرة سوف تُظهر ظلالاً على المسطح أسفلها. وظلُّ خط الاستواء يمكن أن يكون دائرة حول المركز. ويكون ظل نصف الكرة الجنوبي داخل الدائرة وظل نصف الكرة الشمالي خارجها (أنظر الشكل ٣٦). المركز – صفر – يتوافق مع القطب الجنوبي. لكل نقطة على الكرة ظل على مسطح معقد؛ بمعنى كل نقطة على الكرة تساوي ظلها على المسطح والعكس بالعكس. كل دائرة على المسطح هو ظل لدائرة على الكرة، وتوافق دائرة على الكرة مع دائرة على المسطح... باستثناء وحيد.

إذا كان لديك دائرة تمر عبر القطب الشمالي للكرة لم يعد فيها الظل دائرياً، بل خطاً. والقطب الشمالي مثل نقطة عند اللانهاية كما تخيل كبلر وبوتشيللي. خطوط على مسطح على كرة تمر عبر نقطة اللانهاية (أنظر الشكل ٣٧).

ما إن رأى ريمان أن سطحاً معقداً (بنقطة عند اللانهاية) مثله مثل الكرة، استطاع الرياضيون رؤية الضرب، والقسمة وعمليات أكثر صعوبة من خلال تحليل طريقة تشوه الكرة ودورانها. على سبيل المثال: ضرب برقم i كان مساوياً لغزل الكرة ٩٠ درجة مع عقارب الساعة. إن أخذت رقماً x واستبدلته بـ

$$(x-1)/(x+1)$$

فهذا يساوي برم الكرة برمتها ٩٠ درجة حيث القطبان الجنوبي والشمالي يقعان على خط الاستواء (أنظر الشكلين ٣٨ و٣٩ و٤٠). والأمر الأكثر متعة إذا أخذت رقماً x واستبدلته بمقلوبه (reciprocal) $1/x$ هذا يساوي قلب الكره من فوق إلى تحت وعكسها في المرآة، ويصبح القطب الشمالي القطب الجنوبي، والجنوبي هو الشمالي: الصفر يصبح اللانهاية واللانهاية تصبح صفراً. كل هذا

بني على هندسة الكرة؛ $\infty = 1/0$ و $0 = 1/\infty$. بكل بساطة الصفر واللانهاية قطبان متعاكسان في كرة ريمان، ويمكن تبديل أمكنتهما بلمح البصر، لديهما قوى متعاكسة ومتساوية.

خذ كل الأرقام في المسطح المعقد واضربها بـ ٢. هذا مثل وضع يديك على القطب الجنوبي ومطّ الغطاء المطاطي على الكرة بعيداً عن القطب الجنوبي وباتجاه القطب الشمالي. الضرب بـ 1.5 له تأثير معاكس. فهو مثل مطّ الغطاء المطاطي بعيداً من القطب الشمالي باتجاه القطب الجنوبي. الضرب بـ ∞ مثل شك أبرة في القطب الجنوبي؛ كل الغطاء المطاطي يندفع إلى الأعلى باتجاه القطب الشمالي، أي شيء يضرب بـ∞ النتيجة ∞. الضرب بـ ٠ مثل شك إبرة في القطب الشمالي وكل شيء ينتهي عند الصفر، أي شيء ضرب ٠ يساوي ٠. الصفر واللانهاية متساويان ومتعاكسان – وقوتهما التدميرية متساوية.

الصفر واللانهاية عالقان في حرب أزلية لابتلاع كل الأرقام، مثل كابوس مانشيان (Manichaean nightmare) حيث يقبع الاثنان على الأقطاب المتعاكسة للأرقام، ماصّو الأرقام إلى ثقب أسود صغير. خذ أي رقم على المسطح، من أجل توضيح النقاش، لنختار $i/2$، ربّعه، أو كعّبه، وارفعه إلى أس ٤، أو ٥ أو ٦ أو ٧ واستمر بالضرب، فإنه يغزل ببطء باتجاه الصفر مثل انسكاب الماء في المصرف. ما الذي يحدث لـ $2i$؟ العكس تماماً. ربّعه، كعّبه ارفعه إلى أس ٤ فإنه يغزل باتجاه الخارج (أنظر الشكل ٤١). لكن على كرة الأرقام فإن المنحنيين يكرر (duplicate) كل منهما الآخر؛ هما صورة مرآة لبعضهما (أنظر الشكل ٤٢). تعاني كل أرقام المسطح المعقد من هذا المصير، مسحوبة بلا مفر باتجاه ٠ أو ∞. الأرقام الوحيدة التي يمكنها الهرب من هذا المصير المحتوم هي

تلك البعيدة بشكل متساو من المتنافسين – الأرقام على خط الاستواء، من مثل i, 1- ,1 هذه الأرقام مسحوبة بزورق السحب لكل من الصفر واللانهاية ويغزلان على خط الاستواء إلى الأزل، ولا يستطيعان أبداً الهروب من قبضة أحدهما (يمكنك مشاهدة هذا على آلتك الحاسبة – أي رقم ربّعه وربّعه مجدداً. قم بهذه العملية تكراراً وتكراراً، سيذهب الرقم بسرعة باتجاه اللانهاية أو باتجاه الصفر، إلاّ إذا أدخلت على الآلة الحاسبة ١ أو 1- لتبدأ التربيع به. لا مفر).

الصفر الامتناهي

صلابة نظريتي كصلابة الصخر، وكل سهم موجه ضدها سوف يرتد بسرعة على راميه. كيف أعرف هذا لأقوله؟ لقد درستها... وتتبعت جذورها إلى أول سبب معصوم في خلق كل الأشياء.

(جورج كانتور)

GEORG CANTOR

لم تعد اللانهاية غامضة، بل أصبحت رقماً عادياً. كانت مثل الجالس على دبوس، جاهزة للدراسة وسارع الرياضيون لتحليلها، لكن في عمقها– عشعشت في استمرارية الأرقام الواسعة – وبقي الصفر يظهر. والأمر الأكثر بؤساً أن اللانهاية يمكن أن تكون صفراً.

في الأيام الغابرة وقبل أن يرى ريمان أن المستوى المركب حقاً كرة، كانت دالات من مثل $1/x$ تربك الرياضيين. وعندما تسعى x إلى ٠، تكبر $1/x$ وتكبر وتكبر وفي النهاية تتضخم وتذهب اللانهاية. جعلها ريمان مقبولة

بشكل كامل بأن تذهب اللانهاية كنقطة فقط على كرة، مثل أي نقطة أخرى، ولم تعد شيئاً نخافه. في الواقع، بدأ الرياضيون يحللون النقاط ويصنفونها حيث تتضخم الدالة: *تفردات* (*singularities*).

للمنحنى $1/x$ متفردة (singularity) عند النقطة $x = 0$ --- يطلق الرياضيون على نوع بسيط منها تسمية **«قطب»** (*pole*). كما توجد أنواع أخرى من المتفردات؛ على سبيل المثال: منحنى $\sin(1/x)$ له متفردة جوهرية (essential) عند $x = 0$. كانت المتفردات الجوهرية وحوشاً غريبة؛ بقرب متفردة من هذا النوع، يسير المنحنى باتجاه هيجان مطلق، إنه سيد في تشريح اللامحدود. يتذبذب صعوداً وهبوطاً أسرع وأسرع مع اقترابه من المتفردة، متنقلاً ما بين السلبي والايجابي. ويأخذ المنحنى، حتى في أقرب المسافات الممكنة من المتفردة، كل قيمة ممكن تصورها مجدداً ومجدداً ومجدداً ومع غرابة هكذا تصرفات من هكذا متفردات، إلاّ أنها لم تعد غامضة عند الرياضيين الذين تعلموا كيفية تشريح اللامحدود.

كان جورج كانتور (Georg Cantor)، سيداً في تشريح اللامحدود، ولد في روسيا عام ١٨٤٥، وأمضى معظم حياته في ألمانيا - أرض غاوس وريمان – حيث كشفت أسرار اللانهاية، وللأسف فإن ألمانيا هي أيضاً أرض ليوبلد كرونكر (Leopold Kronecker) الرياضي الذي طارد كانتور إلى مستشفى الأمراض العقلية.

مكمنُ خلاف كانتور وكرونكر حول رؤية اللامحدود، هو رؤية يمكن وصفها بلغز بسيط. تخيل أن هناك ملعباً به ناس، وتريد أن تعرف ما إذا كان هناك المزيد من المقاعد أو المزيد من الناس أو أن رقم المقاعد يساوي

عدد الأشخاص الموجودين فيه. يمكن ان تعد المقاعد والأشخاص ومن ثم تقارن ما بين الرقمين، لكن هذا سوف يستغرق وقتاً طويلاً. هناك طريقة أذكى لمعرفة هذا. اطلب إلى الجميع أن يجلسوا على المقاعد فقط. إن كان هناك مقاعد فارغة فعدد الأشخاص أقل. وإن بقي أشخاص واقفون، فعدد المقاعد أقل. وإن جلس الجميع وما من أحد واقف فعدد الأشخاص يساوي عدد المقاعد.

عمم كانتور هذه الحيلة، وقال: تكون مجموعتان من الأرقام من الحجم عينه عندما تسطيع مجموعة من الأرقام أن «تجلس» على قمة مجموعة أرقام أخرى – واحد لكل زبون – من دون بقية. على سبيل المثال: لنأخذ المجموعة {1, 2, 3} هي بحجم {2, 4, 6} لأننا نستطيع أن تقوم بعملية إجلاس كاملة حيث يمكن لكل الأعداد أن «تجلس»، وكل «المقاعد» تكون محجوزة.

1 2 3

2 4 6

لكنها ليست بالحجم عينه كـ {2, 4, 6, 8}

1 2 3

2 4 6 8

لأن «المقعد» ٨ فارغ.

تصبح الأمور أكثر متعة عندما تصل إلى مقاعد لا محدودة. لنأخذ مجموعة من كل الأرقام

{0, 1, 2, 3, 4, 5, …….}

من الواضح أن هذه المجموعة تساوي نفسها؛ يمكن أن «نجلس» كل رقم على نفسه:

1 2 3 4 5 …

1 2 3 4 5 …

ما من حيلة هنا. من الواضح أن كل مجموعة تساوي نفسها. لكن ما الذي يحدث إذا بدأنا بحذف أرقام من مجموعة أرقام على سبيل المثال: ما الذي يحدث عندما نحذف ٠؟ غريب كفاية، أن حذف الصفر لا يغير بتاتاً بحجم الجموعة. وبإعادة ترتيب نمط «الجلوس» بشكل طفيف يمكن أن نؤمن مقعداً لكل فرد وبهذا تبقى كل المقاعد محجوزة.

1 2 3 4 5 6…

0 1 2 3 4 5…

وبرغم حذف شيء ما من المجموعة فقد بقيت بالحجم عينه، غير أننا في الواقع لا يمكننا حذف عدد لا محدود من العناصر من مجموعة كل الأرقام – على سبيل المثال يمكننا حذف الأرقام المفردة – ويبقى حجم المجموعة نفسه. ما زال لكل فرد مقعد، وكل مقعد محجوز:

0 2 4 6 8 10 …

0 1 2 3 4 5 ….

هذا هو تعريف اللامحدود (the infinite): هو شيء يمكنه أن يبقى بالحجم عينه حتى عندما تنقص منه.

كانت كل مجموعات - الأرقام الزوجية، الأرقام المفردة، كل الأرقام، العدد الصحيح (the integer) – بالحجم عينه حجم أسماه كانتور N_0. كون هذه الأرقام بالحجم عينه لأرقام العد، أي مجموعة من حجم N_0 تسمى معدودة (countable) (بالتأكيد لا يمكنك عدها إلاّ إذا كان لديك كمية محدودة من الزمن بين يديك). حتى الأرقام الكسرية (البعض يسميها النسبية) (rational numbers) – مجموعة الأرقام التي يمكن أن تكتب كـ a/b – كانت معدودة. بـ «إجلاس» الأرقام الكسرية، بطريقة ذكية، في مقاعدها المناسبة بيّن كانتور أن الكسرية بحجم مجموعة N_0 (أنظر الملحق D).

لكن وكما عرف فيثاغوراس ان الأرقام الكسرية ليست كل ما هو متواجد تحت الشمس؛ حيث كل من الكسرية واللاكسرية يصنعان ما يسمى الأرقام الحقيقية (real numbers). اكتشف كانتور أن مجموعة الأرقام الحقيقية أكبر بكثير وكثير من الكسرية، وكان برهانه هذا بسيطاً جداً.

تخيل أننا جهزنا مخططاً بمقاعد ملائمة تماماً للأرقام الحقيقية: كل رقم حقيقي له مقعده، وكل مقعد محجوز. أي يمكننا إصدار لائحة بالمقاعد تظهر أرقام المقاعد مع الرقم الحقيقي الجالس عليه. على سبيل المثال قد تبدو لائحتنا على الشكل التالي:

رقم حقيقي	مقعد
.3125123…	١
.7843122…	٢
.9999999…	٣
.6261000…	٤
.3671123…	٥
إلخ	إلخ

الحيلة هي بخلق كانتور لرقم حقيقي لم يكن على اللائحة.

انظر لأول خانة للرقم الأول على اللائحة، في مثالنا، تجده ٣. ولو افترضنا أن رقمنا الجديد يساوي الرقم الأول من اللائحة، لكان أول «دجيت» به يساوي ٣ --- لكننا بسهولة يمكن أن نمنع حدوث هذا. لنقل إن رقمنا الجديد خانته الأولى ٢ كون الرقم الأول على اللائحة يبدأ بـ٣، ورقمنا الجديد يبدأ بـ٢، ونحن نعلم أن الرقمين مختلفان (وليس صحيحاً تماماً أن الرقم .....0.300000 يساوي الرقم ....0.2999999 لوجود طريقتين لكتابة العديد من الأرقام الكسرية، لكن هذه نقطه هامشية يمكن تخطيها بسهولة. للتوضيح سوف نهمل هذا الاستثناء).

علاوة على ذلك بالنسبة للرقم الثاني، كيف نتأكد من أن رقمنا الجديد مختلف عن الرقم الثاني على اللائحة؟ حسناً، لقد حددنا الخانة الأولى في رقمنا الجديد، لذا لا يمكننا أن نلعب الحيلة عينها. لكن يمكننا أن نقوم بشيء جيد آخر. حيث / إذ الرقم الثاني على اللائحة رقم ٨ بخانته الثانية، وإن كان لدى رقمنا الجديد رقم ٧ في خانته الثانية حينها يمكننا أن نؤكد أن رقمنا الجديد ليس هو الرقم الثاني على اللائحة، كون خانتيهما غير متساويتين، ومن هنا فهما ليس الشيء ذاته. ونكمل العمل هذا على طول اللائحة. انظر إلى الخانة الثالثة للرقم الثالث وغيرها، وانظر إلى الخانة الرابعة للرقم الرابع وغيرها وهكذا داوليك.

	رقم حقيقي	مقعد
الخانة الأولى من رقمنا الجديد ٢ (مختلفة عن ٣)	...3125123.	١
الخانة الثانية من رقمنا الجديد ٧ (مختلفة عن ٨)	...7843122.	٢
الخانة الثالثة من رقمنا الجديد ٨ (مختلفة عن ٩)	...9999999.	٣
الخانة الرابعة من رقمنا الجديد ٠ (مختلف عن ١)	...6261000.	٤
الخانة الخامسة من رقمنا الجديد ٠ (مختلف عن ١)	...3671123.	٥
إلخ	إلخ	إلخ

ينتج أن رقمنا الأول ...27800. مختلف عن الرقم الثاني (لعدم تطابق الخانتين الأوليين)، وكذلك مختلف عن الثالث والرابع كون كل منها، الثالثة والرابعة، لا تتطابق مع الرقم الأول.

نخلق رقماً جديداً بهبوطنا المائل بهذه الطريقة، وهذه العملية تؤكد أنه رقم مختلف عن كل بقية الأرقام في اللائحة. وإن كان مختلفاً عن كل أرقام اللائحة، فلا يمكنه أن يكون عليها – لكننا كنا قد افترضنا أن لائحتنا تحتوي على كل الأرقام الحقيقية؛ بعد كل هذا نتجت لائحة «جلوس» كاملة. واللائحة الكاملة لا يمكن أن توجد.

الأعداد الحقيقية هي اللانهاية أكبر من الأرقام الكسرية. ورمز هذا النمط من اللانهاية هو N_1 أول اللانهاية لا معدود (first *uncountable* infinity) (تقنياً كان التعبير عن اللانهاية للخط الحقيقي *C* أو اللانهاية مستمرة. صارع الرياضيون لسنوات لتحديد ما إذا كانت *C* فعلاً N_1 وأثبت الرياضي بول كوهن (Paul Kohen)، عام ١٩٦٣، لغز ما يسمى بفرضية الاستمراية لم يكن مبرهناً ولا غير مبرهن، والفضل يعود إلى نظرية غوديل (Godel) غير الكاملة. يقبل الرياضيون، حالياً، فرضية الاستمرارية كحقيقة (رغم بعض من دراسات *non-Cantorian transfinite numbers* (الأعداد فوق المنتهية) تأخذ فرضية الاستمراية على أنها خاطئة). كان في ذهن كانتور عدد لا محدود من إلى ما لا نهايات – أعداد فوق منتهية – كل يعشش في الآخر. حيث N_0 أصغر من N_1 وهي بدورها أصغر من N_2 وهي بدورها أصغر من N^3 وهكذا دواليك، وفي قمة هذه السلسلة تجلس اللانهاية المطلقة التي تستحوذ على كل إلى ما لا النهايات الأخرى: الله، اللانهاية التي تتحدى كل استيعاب.

وليس لدى الجميع الرؤية عينها لله؛ وهذا لسوء حظ كانتور. لقد كان ليوبلد كرونكر أستاذاً بارزاً في جامعة برلين، وأحد أساتذة كانتور. إذ اعتقد كرونكر أن الله لا يسمح أبداً بهكذا بشاعة، كبشاعة الأعداد اللانسبية (irrational)، الأقل من اللانهاية في اللعبة الروسية الدائمة التزايد. لقد مثلت الأعداد الصحيحة صفاء الله، بينما اللاكسرية ومجموعات الأرقام الغريبة الأخرى مثلت أعمالاً بغيضة ونسجاً من عقل الإنسان غير الكامل. وكانت أعداد كانتور ما فوق منتهية أسوأ بكثير.

شنَّ كرونكر حرباً لا هوادة فيها على أعمال كانتور، لاشمئزازه منها، ممّا صعّب نشر أعمال كانتور إلى حد كبير. وعندما قدَّم كانتور طلب عمل في جامعة برلين عام ١٨٨٣ رفض طلبه، وقبِل العمل في جامعة هاله (Halle University) وسمعتها أدنى بكثير من جامعة برلين. يمكن أن يلام على هذا كرونكر صاحب النفوذ القوي في برلين. وكتب كانتور، في السنة نفسها، دفاعاً عن نفسه من هجوم كرونكر عليه. أصيب كانتور المحبط، عام ١٨٨٤، بأول أزمة عقلية.

كان من المريح قليلاً، لكانتور أن أعماله كانت أساساً لفرع جديد كلياً في الرياضيات: نظرية المجموعة (set theory). استطاع الرياضيون باستخدام نظرية المجموعة ليس خلق الأرقام التي نعرفها من لا شيء فقط، بل خلق أرقام لم يكن أحد قد سمع بها في السابق أيضاً – إلى ما لا نهائيات لا محدودة يمكن ان تُجمع مع، وتطرح من، وتقسم على إلى ما لا نهائيات أخرى، مثل الأرقام العادية. لقد فتح كانتور كوناً جديداً من الأرقام. وقال الرياضي الألماني: «لن ينفينا أحد من الجنة التي خلقها لنا كانتور»؛ لكن الأمر جاء متأخراً جداً بالنسبة لكانتور. الذي قضى حياته يخرج من مستشفى الأمراض العقلية ويعود إليها حتى توفي فيها في مدينة هاله عام ١٩١٨.

فاز كانتور فوزاً ساحقاً في المعركة بينه وبين كرونكر، وأظهرت نظريته أرقام كرونكر الصحيحة العظيمة – حتى الأرقام الكسرية – لم تكن شيئاً على الإطلاق، جميعها كانت صفراً لا محدوداً.

هناك عدد لا محدود من الأرقام الكسرية وبين أي رقمين تختارهما، مهما كانا قريبين، ما زال هناك عدد لا محدود من الأرقام الكسرية، وهي في كل مكان. لكن تسلسل كانتور الهرمي للـ «إلى ما لا نهائيات» يخبرنا قصة مختلفة: قصة تظهر صغر المكان الذي تأخذه الأرقام الكسرية على خط الأرقام.

استلزم الأمر حيلة ذكية للقيام بهكذا حسابات معقدة يصعب فيها قياس الأجسام غير المنتظمة الشكل. على سبيل المثال تخيل وجود بقعة على أرضك الخشبية، فما مساحة البقعة، وهي غير واضحة الرؤية؟ إن كانت البقعة على شكل دائرة، أو مربع، أو مثلث، حينها يمكن قياسها بسهولة. خذ مسطرة وقس نصف قطرها، أو ارتفاعها وقاعدتها. لكن ما من صيغة، أو معادلة، تعطيك كيفية قياس مساحة شيء على شكل الأمبيا الفوضوية. رغم هذا هناك طريقة أخرى للقياس.

خذ قطعة من السجاد على شكل مستطيل وضعها فوق النقطة، إذا غطت القطعة كامل البقعة، حينها نعلم أن البقعة أصغر من قطعة السجاد. وإذا كانت مساحة القطعة قدماً مربعاً، فهذا يعني أن مساحة البقعة أصغر من قدم مربع. وإذا استخدمنا قطعة أصغر، يصبح تقديرنا التقريبي لمساحة البقعة أفضل وأفضل. ربما تغطى البقعة بـ٥ قطع من السجاد ومساحة كل قطعة منها بمقاس 1/8 من القدم المربع؛ وقتها يمكن القول إن مساحة البقعة، تقريباً، 5/8 من القدم المربع. مع تصغيرك لقطع السجاد أكثر وأكثر، تصبح تغطية البقعة أفضل وأفضل، ومجموع مساحة قطعة السجاد يقترب إلى المقاس الصحيح للبقعة. في الواقع يمكنك ان تُعرّف مقاس البقعة كحد (limit) مع اقتراب قطع السجاد لمقاس الصفر (أنظر الشكل ٤٣).

لنقم بالعمل نفسه مع الأرقام الكسرية –لكن هذه المرة قطع السجاد تكون مجموعات من الأرقام – على سبيل المثال الرقم 2.5 «مُغطى» بقطعة سجاد تتضمن، على سبيل المثال، كل الأرقام ما بين ٢ و٣ --- قطعة السجاد بمقاس يساوي ١، استخدام هذا النوع من السجاد لتغطية الأرقام الكسرية له نتائج قديمة جداً، كما بيّن كانتور، والفضل في هذا يعود إلى جدول المقاعد. جدول

المقاعد يأخذ كل الأرقام الكسرية – يجلس كل منهم في مقعد – لذا يمكن عدهم فرداً فرداً بانتظام معتمدين على رقم مقاعدهم. لنأخذ أول رقم كسري، ونتخيل وجوده على خط الأرقام. ولنغطه بقطعة السجاد ومقاسها ١، ستغطي القطعة العديد من الأرقام، لكن لن نقلق من هذا، ما دام أول رقم قد غطيّ فنحن فرحون.

الآن خذ ثاني رقم، وغطه بقطعة من السجاد بمقاس ½، وخذ ثالث رقم وغطه بقطعة بمقاس ¼، وهكذا دواليك. أكمل هذا الفعل إلى أن تصل اللانهاية ؛ بما أن كل رقم كسري موجود في جدول المقاعد، ما يعني أن كل رقم كسري سوف يغطى بقطعة من السجاد. فما هو المقاس الكلي لقطع السجاد؟ إنه مجموع صديقنا آخيل. تجمع مقاس قطع السجاد، تجد أن $1 + ½ + ¼ + 1/8 + … + 1/2^n$ تسير باتجاه 2 كما تسير n باتجاه اللانهاية. إذن، يمكن تغطية أفواج الأعداد الكسرية اللامحدودة على خط الأرقام بمجموعة من قطع السجاد، والمقاس الكلي لهذه القطعة يساوي ٢، ما يعني أن الأرقام الكسرية تأخذ حيزاً أقل من وحدتين.

لنقم بالعمل عينه، كما فعلنا مع البقعة، لنصغِّر أكثر وأكثر مقاسات قطع السجاد لنحصل على تقدير تقريبي أفضل لمقاس الأرقام الكسرية. بدل البدء بقطعة بمقاس ١، لنبدأ بقطعة بمقاس ½، جاعلين المجموع الكلي للقطع مساوياً لـ١ ؛ نجد أن الأرقام الكسرية في المجموع تأخذ حيزاً أقل من ١. وإذا بدأنا بقطعة أولية بمقاس 1/1000 فبالمجموع كل القطع، تأخذ أقل من 1/500 وحدة قياس من الحيز؛ وكل الأرقام الكسرية تأخذ أقل من 1/500 وحدة قياس. وإذا بدأنا بقطعة بمقاس نصف ذرة، يمكننا تغطية كل الأرقام الكسرية على خط الأرقام بقطع مجموعها يكون أقل من ذرة. حتى هذه القطع الصغيره جداً، كلها يمكن أن تناسب امتداد ذرة، مغطية كل الأرقام الكسرية **(أنظر الشكل ٤٤)**.

يمكننا أن نذهب إلى أصغر وأصغر – أصغر إلى أي قدر تريد. يمكننا تغطية الأرقام الكسرية بقطع من السجاد، مجموعها مع بعضها يناسب مقاس نصف ذرة – أو نيوترون (neutron) – أو كوارك (quark) – أو أصغر مقاس يمكن تخيله.

ما الذي كبّر الأرقام الكسرية؟ نعرّف المقاس كحد (limit) – مجموع القطع كمقاسات مفردة تسير باتجاه الصفر. لكن في الوقت عينه، لقد رأينا أنه مع تصغير القطع، مجموع الغطاء يصغر ويصغر – أصغر من ذرة، أو كوارك أو مليون المليار الجزء من الكوارك – وما زال في استطاعتنا تغطية الأرقام الكسرية. ما هو حد (limit) شيء ما يصغر ويصغر ويصغر بلا توقف؟

إنه الصفر.

ما كبر الأرقام الكسرية؟ لا تأخذ أي حيز بتاتاً. إنها لفكرة عصية على الابتلاع والهضم، لكنها حقيقية.

برغم وجود أرقام كسرية في كل مكان على خط الأرقام فإنها لا تأخذ أي حيز بتاتاً. إذا رمينا سهماً على خط الأرقام فإنه لن يصيب **أبداً** رقماً كسرياً. وبرغم صغر الأرقام الكسرية، فاللاكسرية ليست كذلك، سيبقى هناك دائماً أرقام لا كسرية غير مغطاة، كوننا لا نستطيع القيام بجدول مقاعد لهم ونغطيهم فرداً فرداً. كره كرونكر الأرقام اللا كسرية، لكنها تأخذ كل الحيز على خط الأرقام.

اللانهاية للأرقام الكسرية ليست بشيء أكثر من ٠.

الفصل السابع
أصفار مطلقة
فيزيائية الصفر

رياضيات حسية تتضمن إهمال كمية عندما تكون صغيرة وإهمالها ليس لأنها ضئيلة جداً؛ بل لأنها كبيرة إلى حد كبير لا تعلم أنك لا تحتاجها.

(بي. إي. إم. ديراك)

- P. A. M. DIRAC

أخيراً أصبح الأمر جلياً: الصفر واللانهاية لا ينفصلان وضروريان للرياضيات. ما من خيار أمام الرياضيين إلاّ تعلم العيش معهما. بدا الصفر واللانهاية عديما الفائدة للفيزيائيين، ولا علاقة لهما بطرق عمل الكون. فقد يوجد جمع إلى ما لا نهائيات، والقسمة على أصفار جزء من الرياضيات، لكن هذا ليس بأسلوب الطبيعة، أو هذا ما تمناه العلماء. وفيما كان الرياضيون يعملون على كشف العلاقة بين الصفر واللانهاية، بدأ الفيزيائيون بمواجهة الأصفار في العالم الطبيعي؛ عبر الصفر من الرياضيات إلى الفيزياء. أصبح الصفر في الديناميكية الحرارية (thermodynamics) عائقاً لا يمكن تخطيه: أبرد درجة حرارة ممكنة. أصبح الصفر في نظرية أينشتاين

للنسبية العامة (general relativity) الثقب الأسود، نجم وحشي يبتلع كل الشموس. وفي ميكانيكا الكم (quantum mechanics): صفر مسؤول عن مصدر غريب للطاقة – لا محدود وكلي الوجود، موجود حتى في أعمق أعماق الفراغ – وشبح قوة مؤثرة من لا شيء بتاتاً.

صفر حرارة

عندما تستطيع قياس ما تتحدث به تعبر عنه بأرقام حينها؟ تعرف شيئاً عنها؛ ولكن عندما لا تستطيع قياسها ولا تستطيع التعبير عنها بأرقام تكون معرفتك نوعاً ما هزيلة وغير كافية، وقد تكون بداية معرفة في أفكارك وتتقدم بصعوبة إلى مرحلة من العلم.

(ويليم تومسون: السيد كالفن)

WILLIAM THOMSON, LORD KELVIN

أتى أول صفر في الفيزياء لا يمكن الهروب فيه من قانون مستخدم منذ نصف قرن. حين اكتشف هذا القانون عام ١٧٨٧ جاك-الكسندر تشارلز (Jacques-Alexandre Charles)، وهو عالم فيزيائي فرنسي مشهور كونه أول من طار على متن منطاد هيدروجيني. لا يُذكر تشارلز بأعماله المثيرة في مجال الملاحة الجوية، بل يُذكر بقانون للطبيعة يحمل اسمه.

شارل، مثله مثل كثير من فيزيائيي زمنه، كان مبهوراً بالخواص المختلفة للغازات. يجعل الأوكسجين من انفجار جمرة لهب، بينما يطفئه ثاني أكسيد الكربون (carbon dioxide). الكلورين (chlorine) غاز أخضر ومميت، وأكسيد النيتروس (nitrous oxide) عديم اللون ويسبب القهقهة. ومع هذا لكل هذه الغازات خواص أساسية مشتركة: سخّنها تتمدّد، بّردها تتقلص.

اكتشف تشارلز أن هذا السلوك ثابت بشكل تام ويمكن التنبؤ به. خذ حجمين متساويين من أي غازين مختلفين، وضعهما في بالونين متماثلين، وسخنهما بالكمية عينها تجد أنهما يتمددان بالكمية عينها؛ بّردهما معاً يتقلصان في الوقت ذاته. أكثر من هذا، بالإضافة إلى ذلك مع كل درجة حرارة تضاف إلى الأعلى أو الأدنى، يمكنك أن تكسب أو تفقد نسبة معينة من الحجم. ذلك أن قانون تشارلز يصف علاقة حجم الغاز بدرجة حرارته.

لاحظ ويليم تومسون (William Thomson)، فيزيائي بريطاني، في خمسينيات عام ١٨٥٠ شيئاً غريباً في قانون تشارلز (Charles' law): شبح الصفر. بتخفيض درجة الحرارة تصغر وتصغر أحجام البوالين، استمر في تخفيض الحرارة بمسار ثابت تصغر أحجام البوالين بنسب ثابتة، لكن لا يمكنها الاستمرار بالصغر إلى الأبد، فهناك نقطة نظرياً، حيث الغازات لا تأخذ أي حيز في المكان؛ يقول: قانون تشارلز على بالون الغاز أن يتقلص إلى صفر حيز. بالتأكيد صفر حيز لا يأخذ أي حيز على الإطلاق (بالتأكيد لا يمكن أن يكون حيزاً سالب الإشارة). وإذا كان حجم الغاز بعلاقة مع درجة حرارته، فهذا يعني وجود أدنى حجم بأدنى درجة حرارة، ولا يمكن للغاز أن يستمر ويستمر في برودته بلا محدودية؛ وعندما تعجز عن تقليص البالون إلى أكثر من هذا، لا يمكنك خفض درجة الحرارة أكثر. هذا هو الصفر المطلق (absolute zero)، أدنى درجة حرارة ممكنة، أقل بقليل من ٢٧٣ درجة مئوية من درجة تجمد نقطة ماء.

يشتهر تومسون باسم اللورد كلفين (Lord Kelvin)، وعلى اسم كلفين سمي مقياس الحرارة الكوني (universal temperature scale). في مقياس

سانتي غراد مئوي (centigrade scale)، ويعرف أيضاً بمقياس سليسيوس، صفر درجات هي درجة تجمد نقطة الماء. في مقياس كلفين درجات الصفر هي الصفر المطلق.

الصفر المطلق هو الحالة التي يكون فيها حاوي الغاز قد جرد من كل طاقته، وفعلياً هذا هدف لا يمكن الوصول إليه، ولا يمكنك أبداً أن تُبرد شيئاً ليصل إلى درجة الصفر المطلق، بل يمكنك الاقتراب منه إلى حد بعيد؛ والشكر في هذا يعود إلى تبريد ليزري حيث يمكن للفيزيائيين أن يبردوا الذرات إلى ملايين قليلة من درجة التبريد المطلق. وكل شيء في الكون يتآمر عليك لمنعك فعلياً من الوصول إلى الصفر المطلق، لأن أي جسم لديه طاقة يتحرك ويشع ضوءاً. على سبيل المثال: البشر مصنوعون من جزيئات من ماء قليل الملوثات العضوية، وكل ذراته تتذبذب في الفضاء، وكلما ارتفعت درجة حرارته ازداد تسارع تذبذب الذرات، وتصادمها مع بعضها ما يجعل جوارها يتذبذب.

لنقل إنك تريد تبريد موزة إلى درجة صفر مطلق. ولكي تتخلص من كل طاقة الموزة عليك توقيف الذرات عن حركتها، وعليك وضعها في صندوق وثم تبريدها. الصندوق الموجود به الموز مصنوع من ذرات أيضاً، وذراته تتذبذب وسوف تصطدم بذرات الموزة وتحركها مجدداً. حتى لو جعلت الموز يطفو على فراغ كامل في مركز الصندوق، ولا يمكنك توقيف التذبذب كلياً لأن الجزيئات الراقصة تطلق ضوءاً، والضوء ينطلق بشكل ثابت من الصندوق ويضرب الموزة دافعاً جزئياتها إلى الحركة مجدداً.

كل الذرات التي تصنع الملقط، وكل ملفات البراد، وأنابيب النيتروجين السائل تتحرك وتشع، والموزة الموجودة في الصندوق، تمتص بشكل ثابت الطاقة من كل ذرات الصندوق المتحركة، ومن الملقط الذي تستخدمه لمعالجة وضع الموزة، ومن ملفات البراد التي تستخدمها لتبريدها. ولا يمكنك حجبها عن الصندوق، أو الملقط، أو المبرد، فذرات الحاجب، أو الدرع، تتراقص وتشع أيضاً. كل شيء متأثر بالمحيط الموجود فيه، لذا يستحيل تبريد أي شيء في الكون – موزة، مكعب ثلج، هيليوم سائل – لدرجة صفر مطلق. إنه حاجز لا يمكن كسره.

لاكتشاف الصفر المطلق نكهة مختلفة كلياً عن قانون نيوتن. فمن جهة أعطت معادلات نيوتن الفيزيائيين قوة، حيث يمكنهم التنبؤ بمدارات الكواكب، وحركة الأجسام بدقة عالية. ومن جهة أخرى أخبر اكتشاف كالفن للصفر المطلق الفيزيائيين بما لا يمكن أن يفعلوه. وبالتالي لا يمكنهم الوصول إلى الصفر المطلق على الإطلاق. كان هذا الحاجز خبراً محبطاً لفيزياء العالم، لكنه في الوقت عينه كان بداية لفرع جديد في الفيزياء: الديناميكية الحرارية (thermodynamics).

الديناميكية الحرارية هي دراسة تصرف الحرارة والطاقة. مثل اكتشاف كالفن للصفر المطلق، أقامت قوانين الديناميكية الحرارية حواجز منيعة لا يمكن لأي عالِمٍ أن يجتازها، مهما حاول. على سبيل المثال: تخبرك الديناميكية الحرارية أنه يستحيل خلق آلة أبدية الحركة (perpetual-motion machine). ينزع المكتشفون المتعطشون لإغراق أقسام الفيزياء والمجلات العلمية بمخططات آلات لا تصدق – آليات تولد الطاقة بشكل أبدي بلا مصدر

طاقة. في المقابل تنص قوانين الديناميكية الحرارية على أنه يستحيل خلق هكذا آلات. بالإضافة إلى هذا هناك مهمة مستحيلة أخرى، مهما حاولت أن تقوم بها، ألا وهي استحالة الحصول على آلة تعمل بلا إهدار طاقة، مبددة جزءاً من طاقتها في الكون كحرارة (الديناميكية الحرارية أسوأ من الكازينو؛ لا يمكنك الفوز، بغض النظر عن مدى جدية عملك للفوز، وأيضاً لا يمكنك إفلاسه).

أتى فرع ميكانيك الإحصاء (statistical mechanics)، والبعض يعربه بـثرموديناميكية إحصائية، من الديناميكية الحرارية. يمكن للفيزيائيين التنبؤ بطريقة تصرف المادة من خلال النظر إلى الحركة المجمعة لمجموعة من الذرات. على سبيل المثال: يُفسر الوصف الإحصائي قانون شارل. برفعك درجة حرارة الغاز، متوسط الجزيء (molecule) يتحرك أسرع ويصطدم بعنف أكبر في جدران الحاوية الموجود فيها. يدفع الجدران بشكل أقوى: يرتفع الضغط. تُفسر ميكانيك الإحصاء – نظرية الذبذبة – بعض الخواص الأساسية للمادة، وحتى يبدو أنها تفسر طبيعة الضوء.

استهلكت مشكلة طبيعة الضوء وقت العلماء لقرون. حيث اعتقد اسحاق نيوتن أن الضوء مركب من جسيمات (particles) صغيرة تتدفق من كل جسم ساطع. مع الوقت بدأ العملاء يعتقدون بأن الضوء في الحقيقة لم يكن جسيمات بل موجة، واكتشف عالم بريطاني في عام ١٨٠١، أن الضوء يتداخل مع نفسه، واضعاً المادة، ظاهرياً، في راحة مرة واحدة وإلى الأبد.

يحدث تداخل في كل أنواع الموجات. عندما ترمي حجراً في بركة تخلق تموجات دائرية في الماء – موجات يتمايل الماء صعوداً وهبوطاً خالقاً أحواضاً

منتشرة باتجاه الخارج بنمط دائري. إن رميت حجرين في الوقت عينه، فستتداخل التموجات واحدة مع الأخرى. ويمكن رؤية هذا بوضوح أكبر عندما تغمس مكبسين متذبذبين في أنبوب مياه. عندما تتداخل قمة مكبس مع قعر الآخر يلغي كل منهما الآخر، إذا نظرت بحرص في نمط التموجات رأيت أن الخطوط ما زالت قائمة، موجات مائية حرة (أنظر الشكل ٤٥).

الشيء عينه حقيقي بالنسبة للضوء. إذا شع الضوء من خلال شقين صغيرين، يكون هناك مناطق مظلمة – موجة – حُرة (wave-free) (أنظر الشكل ٤٦) (يمكن مشاهدة تأثير له علاقة بهذا في المنزل. ضم أصابعك إلى بعضها، تجد أن لديك بعض الفجوات الصغيرة التي يمر من خلالها الضوء ثم حدِّق بإحدى هذه الفجوات في المصباح فسترى خطوطاً مظلمة باهتة، وبخاصة بالقرب من قمة وقعر الفجوة. بسبب الطبيعة الموجيّة (wavelike) للضوء تظهر هذه الخطوط)، وبهذه الطريقة تتداخل الموجات؛ ولا تتداخل الجسيمات. لذا بدا أن ظاهرة التداخل حسمت السؤال حول طبيعة الضوء مرة واحدة وإلى الأبد، واستنتج الفيزيائيون أن الضوء ليس بجسيم، بل موجة من الحقول الكهربائية والمغناطيسية.

كانت هذه حال كالفن في منتصف ١٨٠٠ ويبدو أنها كانت منسجمة تماماً مع قوانين ميكانيك الإحصاء التي تخبرك كيف تتذبذب جزيئات المادة؛ إذ تتضمن نظرية موجة الضوء أن هذه الجزيئات تتحرك بطريقة ما مسببة موجات من الإشعاع – موجات ضوء. الأفضل من هذا أنه كلما سخن الجسم زادت سرعة جزيئاته في الوقت عينه. ومع ارتفاع حرارة الجسم تزداد طاقة تموجات الضوء التي يطلقها. إنها تعمل تماماً. مع الضوء، تزداد سرعة تمايل الموجة

صعوداً وهبوطاً ويزداد ترددها (frequency)، وتزداد طاقة الموجة (أيضاً مع تزايد ترددها، يصغر طولها الموجي (wavelength): المسافة بين قمتي موجة). ويبدو، فعلياً أن أحد أهم قوانين الديناميكية الحرارية – ويعرف باسم معادلة ستيفان-بولتزمان (Stefan-Boltzmann equation) – يربط ذبذبات الجزيء مع ذبذبات الضوء. يربط حرارة الجسم مع المجموع الكلي لطاقة الضوء التي يشعها. كان هذا أكبر انتصار لميكانيك الإحصاء والنظرية الموجية للضوء (تنص المعادلة على أن الطاقة المُشعة تكون نسبية لارتفاع حرارة مرفوعة لأس ٤. لا تخبرنا كم يطلق الجسم من إشعاع فقط، بل يسخن الجسم عندما يشع بكمية معطاة من الطاقة. ها هو القانون الذي استخدمه الفيزيائيون – في كتاب أشعيا – ليحدد أن درجة حرارة الجنة أكثر من ٥٠٠ درجة كالفن).

للأسف لم يدم الانتصار طويلاً. فقد حاول فيزيائيون بريطانيون، في نهاية القرن، استخدام نظرية التذبذب لحل مشكلة بسيطة: وتمت حسابات مباشرة: كم من الضوء يشع؟ كم من تجويف فارغ؟ وفق تطبيق قاعدة أساسية لميكانيك الإحصاء (تخبر كيف يتذبذب الجزيء) - ومعادلات تصف طريقة تفاعل الحقول الكهربائية والمغناطيسية (تخبر كيف يتذبذب الضوء)، وبعملهم هذا خلصوا إلى معادلة تصف أطوال موجة الضوء التي تشعها الفجوة عند أي درجة حرارة معطاة.

قانون عمل ما يعرف بـ «قانون رايلي-جينس» (Rayleigh-Jeans law) المسمى باسم كل من اللورد رايلي (Lord Rayleigh)، والسيد جايمس جينس (Sir James Jeans)، ملائم بشكل جيد للتنبؤ بمقياس قيمة طول الموجة، وضوء طاقة منخفضة منبعث من جسم ساخن. وبرغم أن قانون رايلي-جينس يقول

أشياء جميلة عند الطاقات المرتفعة، ويتنبأ بأن الجسم يعطي المزيد والمزيد من الضوء عند أطوال موجات أصغر وأصغر (لذا طاقات أعلى وأعلى)، ونتيجة لهذا في عوالم قريبة من طول موجات صفر يعطي الجسم كمية لا محدودة من ضوء بطاقة – عالية (high-enery light). ووفق معادلة رايلي-جينس يشع كل جسم بشكل ثابت كمية لا محدودة من الطاقة، بغض النظر عن درجة حرارته؛ حتى مكعب الثلج يمكنه أن يشع كفاية من أشعة فوق - بنفسجية (ultraviolet rays)، وأشعة أكس، وأشعة غاما (gamma rays)، ليبخر كل ما حوله. وكانت هذه «كارثة فوق – بنفسجية» تساوي فيها طول موجة صفر طاقة لا محدودة؛ لقد تآمر كل من الصفر واللانهاية لكسر نظام لطيف ومرتب من القوانين. وبسرعة أصبح حل مفارقة هذا اللغز الذي شغل الفيزياء.

لم يقم كل من رايلي وجينس بأي شيء خاطىء. لقد استخدما معادلات ظن الفيزيائيون بأنها صالحة للاستخدام، وتعاملا مع المعادلات بطريقة مقبولة، وخرجا بإجابة لا تعكس الطريقة التي يعمل بها العَالم. لا يمحو مكعب الثلج حضارات بتفجيره أشعة غاما، وان كان اتباع القواعد المقبوله في حينها قاد بلا هوادة إلى تلك النتيجة. يجب أن يكون أحد قوانين الفيزياء خطأ. لكن أي منها القانون الخاطىء؟

الصفر الكمومي (the quantum zero): طاقة لا محدودة

لدى الفيزيائيين فراغ يملك كل الجزيئات والقوى الكامنة. وهو مادة أغنى بكثير من عدم الفلاسفة.

(السيد مارتن ريس)

SIR MARTIN REES

قادت كارثة فوق – بنفسجية إلى ثورة كمومية. وتخلصت ميكانيكا الكم (quantum michanics) من الصفر في النظرية التقليدية للضوء – ومن المفترض أن إزالة الطاقة اللامحدودة التي أتت من كل جزء صغير من المادة في الكون؛ إلاّ أن هذا لم يكن ذاك الانتصار. صفر في ميكانيكا الكم يعني أن الكون بكليته – ضمناً الفراغ – مملوء بكمية لا محدودة من الطاقة **عند درجة الصفر المطلق** (the *zero-point* energy) التي قادت بدورها إلى أغرب صفر في الكون: القوة الوهمية للعدم.

في عام ١٩٠٠ حاول عالما اختبارات ألمانيان إلقاء بعض الضوء على كارثة فوق – بنفسجية، بالقيام بقياسات دقيقة لكمّ الإشعاع الصادر من أجسام بدرجات حرارة مختلفة، وبيّنا أن معادلة رايلي - جينس كانت فعلاً فاشلة في التنبؤ بحقيقة كمية الضوء الآتي من الأجسام. حيث تأمل في ماكس بلانك (Max Plank)، فيزيائي شاب إلى المعلومات الجديدة استنتج معادلة جديدة حلت مكان معادلة رايلي – جينس إلا أنها لم تُفسر القياسات الجديدة، ولم تركز على اللانهاية مع تناقص الطول الموجي فقط؛ بل حلت كارثة فوق – بنفسجية أيضاً، وذهبت مجدداً إلى الأصغر والأصغر بدل الحصول على طاقة تكبر وتكبر مع تنازل طول الموجة (أنظر الشكل ٤٧). لسوء الحظ، وبرغم أن معادلته كانت صحيحة، لكن انعكاساتها أنتجت المزيد من المشاكل أكثر من حلها لكارثة فوق – بنفسجية.

ظهرت المشكلة لأن الافتراضات العادية لميكانيك الإحصاء – قوانين الفيزياء – لا تؤدي إلى معادلة بلانك، وعلى قوانين الفيزياء أن تتغير لتستوعب معادلته. وصف بلانك، لاحقاً، ما قام به على أنه «عمل يائس»؛

وما من شيء أقل من اليأس يمكنه أن يرغم فيزيائياً على أن يقوم بهكذا تغيير يبدو غباء في قوانين الفيزياء: وفق بلانك ممنوع على الجزيئات أن تتحرك في معظم الطرق، فالجزيئات تهتز فقط بطاقات محددة مقبولة تسمى كمّاً (quanta) (quanta: جمع كلمة quantum)، ومن المستحيل على الجزيئات أن تمتلك طاقات ما بين هذه القيم المقبولة.

قد لا يبدو ذلك اقتراحاً غريباً؛ لكن ليس بالطريقة التي يبدو أن العَالم يعمل بها. فالطبيعة لا تتحرك قفزاً. ويبدو سخيفاً أن يكون هناك أشخاص بطول ٥ أقدام، وأشخاص بطول ٦ أقدام وما من شيء بين الطولين، أي ما من أحد بين الطولين. وسيكون من السخف أيضاً إذا كانت سرعة السيارات ٣٠ ميل/س، و٤٠ ميل/ س، ولا يوجد سرعة ٣٣ أو ٣٨ ميل/س. برغم ذلك فإن سيارة كمومية (quantum car) يمكنها التصرف تماماً بهذه الطريقة. ربما تقود سيارة بسرعة ٣٠ ميل/س، لكن عندما تدوس على دواسة البنزين، فجأة وفوراً –بوم! –تصبح وكأنك تقود بسرعة ٤٠ ميل/س. وما من شيء بينهما مسموح، لذا لتنتقل من ٣٠ إلى ٤٠ ميل/س عليك أن تقوم **بقفزة كمومية** (*quantum leap*). وبالطريقة عينها، لا يمكن لأشخاص كموميين أن يطولوا بسهولة كبيرة؛ عليهم أن يحوموا حول ٤ أقدام لعدد من السنوات، ومن ثم في جزء من الثانية – بوم! يصبحون بطول ٥ أقدام. تخرق فرضيات الكمومية (quantum hypothesis) كل ما تخبرنا به تجاربنا اليومية.

وبرغم أن فرضية بلانك الغريبة حول اهتزازات الجزيء مكممة (*quantized*) يبدو أنها لا تتوافق مع الطريقة التي تعمل بها الطبيعة إلا انها قادت إلى معادلة صحيحة لترددات الضوء الصادرة عن جسم. وبرغم

سرعة إدراك الفيزيائيين صوابية معادلة بلانك إلا أنهم لم يتقبلوا فرضية الكمومية. فقد كانت أغرب من ان تُقبل.

ألبرت أينشتاين (Albert Einstein)، كاتب براءات اختراع بعمر ٢٦ سنة مرشح بعيد عن احتمال قلبَ الفرضية الكمومية من خصوصية إلى حقيقة مقبولة. وبيّن أن عالَم الفيزياء الذي تعمل به الطبيعة كمومي وليس زيادات سلسة. أصبح لاحقاً من المعارضين الرئيسيين للنظرية التي ساعد على خلقها.

في الوقت الذي كان فيه بلانك يقلب الفيزياء رأساً على عقب كان أينشتاين يبحث عن عمل وقبل بوظيفة، مؤقته، بمكتب براءات الاختراع في سويسرا لأنه لم يكن لديه مال، ولم يكن ثورياً ولعدم قبوله كمساعد أستاذ مساعد في جامعة أراد العمل فيها. تزوج عام ١٩٠٤، ولديه طفل حديث الولادة، وعمل بجهد كبير – في مكتب براءات الاختراع – ليشق طريقه إلى العظمة. وكتب في آذار ١٩٠٥ ورقة فسرت تأثير **الظاهرة الكهروضوئية** (*photoelectric effect*) جالبة ميكانيك الكم إلى التيار الرئيسي ومنحته جائزة نوبل. وما إن قبل ميكانيك الكمّ حتى قبلت القوى الغامضة للصفر أيضاً.

أُكتشف تأثير الظاهرة الكهروضوئية عام ١٨٨٧ عندما اكتشف هاينريش هيرتز (Heinrich Hertz)، فيزيائي ألماني، أن حزمة من ضوء فوق – بنفسجية يمكنها أن تسبب هيجان صفيحة إذ تصطدم الالكترونات بالمعدن حين يُسلط عليه الضوء. هذه الظاهرة، ضوء فوق – بنفسجي ضوء بطاقة عالية، تسبب الاهتزاز عند تسليط حزمة من الضوء، حيرت الفيزيائيين التقليديين ما جعلهم يستنتجون أن تحرير الإلكترون من الذرة يحتاج إلى كم ضئيل من الطاقة. وفق النظرية الموجية للضوء هناك طريقة أخرى للحصول على ضوء مرتفع الطاقة:

أجعله أكثر إشراقاً. ضوء أزرق مشرق جداً، على سبيل المثال، قد يكون لديه طاقة كطاقة حزمة فوق – بنفسجية؛ لذا بإمكان ضوء أزرق مشرق تحرير إلكترونات من الذرة كقدرة حزمة فوق –بنفسجية باهته فعل هذا.

بينت التجارب بسرعة أن الأمر ليس كذلك بكل بساطة. حتى حزمة باهتة من فوق – بنفسجية (تردد عال) تسبب تحرر الإلكترون من الذرة. لكن إذا خفضت التردد قليلاً إلى ما دون العتبة المحرجة –جاعلاً الضوء يميل قليلاً إلى اللون الأحمر –يتوقف الاهتزاز فجأة. وبغض النظر عن إشراق الحزمة، إذا كان الضوء باللون الخاطىء، تبقى كل الالكترونات في المعدن ساكنة؛ وما من أحد منها يستطيع الهروب. ليس هذا بالشيء الذي يمكن لموجة الضوء أن تفعله.

حل أينشتاين هذا المأزق –لغز تأثير الكهروضوئية –وحلُّه كان أكثر ثورية من فرضية بلانك. بينما اقترح بلانك ان اهتزازات الجزيئات مكمم (quantized)، اقترح أينشتاين أن الضوء يأتي برزم صغيرة من الطاقة تسمى فوتونات (photons). تتعارض هذه الفكرة مع الفيزياء المقبولة للضوء، لأنها تعني أن الضوء ليس بموجة.

من جهة أخرى إذا كانت طاقة الضوء مجمّعة في حزم، يسهل تفسير تأثير الفوتوكهربائية (photoelectric). يتصرف الضوء مثل رصاصات صغيرة تُطلق على المعدن، وعندما تُصيب الرصاصة الالكترون تنكزه (تدفعه). فإذا كانت الطاقة لدى الرصاصة كافية، وكان ترددها عال بما يكفي يتحرر الإلكترون. من ناحية أخرى إذا لم يكن لدى جزيء الضوء ما يكفي من الطاقة لوكز الإلكترون إلى الخارج، يبقى الإلكترون في مكانه؛ ويضرب الفوتون بعيداً بدلاً من هذا.

فسرت فكرة أينشتاين، بشكل ذكي جداً، تأثير الفوتوكهربائي. ضوء مكمم في الفوتونات أمر يتناقض مباشرة مع نظرية الموجة للضوء التي كان يدور حولها التساؤل لأكثر من قرن. لقد تبين، فعلياً، أن للضوء طبيعة مزدوجة، طبيعة موجة وطبيعة جزيء. وبرغم أن الضوء يتصرف في بعض الأحيان كجزيء، إلاّ أنه في أحيان أخرى يتصرف كموجة. في الواقع الضوء لا هو جزيء ولا هو موجة، بل مزيج غريب من الاثنين. فكرة يصعب التقاطها، وهذه الفكرة تمثل قلب النظرية الكمومية (quantum theory).

كل شيء وفق النظرية الكمومية – ضوء، إلكترونات، بروتونات، كلاب صغيرة – تملك الخاصيتين: خواص موجية وخواص جزيئيات. لكن إذا كانت الأجسام موجات وجزيئيات في الوقت عينه فماذا يمكن أن تكون على الأرض؟ يعرف الرياضيون كيف يصفونها: هي دالات موجية، حلول لمعادلة تفاضلية تسمى معادلة شرودينغر (Schrodinger equation). لكن للأسف هذا الوصف الرياضي لا معنى حدسي (intuitive) له: إنه كل شيء لكن لا يمكن تصور ما تكونه هذه الدالات الموجية[1]. الأسوأ أنه مع اكتشافات الفيزيائيين تعقيدات ميكانيكا الكم، بدأت تظهر أمور أغرب

(١) الشيء الوحيد الذي يساعد في بعض الأوقات هو التفكير بالدالة الموجية (تقنياً مربع الدالة الموجية) فقياس احتمالية أين سيتواجد جزيء، لنقل إلكترون، يقاس في حيز، لكن عند إجراء القياس لتحديد مكانه تُحدد الدالة الموجية كيفية احتمال تحديد مكانه في أي نقطة في الحيز. طبيعة هذا «الاحتمال» هو ما رفضه أينشتاين، ومقولته الشهيرة «الله لا يلعب النرد مع الكون» كان رفضاً لإسلوب إشكالي تعمل به ميكانيا الكم (quantum michanics). لسوء حظ أينشتاين، ان قوانين ميكانيكا الكم تعمل بشكل جيد ولا يمكنك ان تصف بطريقة ناجحة تأثيرات الكم (quantum effects) بالفيزياء التقليدية.

وأغرب. ربما أغربها يسببه الصفر في معادلات ميكانيكا الكم: نقطة صفر طاقة (zero-point energy).

حيكت هذه القوة الغريبة في معادلات رياضية للكون الكمومي (quantum universe). رأى فرنر هايزنبرغ (Werner Heisenberg)، فيزيائي ألماني، في منتصف عشرينيات ١٩٢٠، أن لهذه المعادلات نتائج صادمة: ارتياب (uncertainty). قوة العدم سببها مبدأ هايزنبرغ للارتياب (Heisenberg uncertinity principle)، وتتعدد ترجماته «مبدأ الارتياب»، «مبدأ الشك»، «مبدأ عدم التحديد»، «مبدأ عدم التأكد»..

يخص مفهوم الارتياب مقدرة العلماء على وصف خواص جزيء. على سبيل المثل: إذا أردنا أن نجد جزيئاً معيناً، علينا تحديد موقع الجزيء وسرعته – أين هو؟ وكم سرعته؟ يخبرنا مبدأ هايزنبرغ للارتياب أنه لا يمكننا فعل هذا الشيء البسيط. بغض النظر عن مدى جدية محاولتنا للقيام بهذا لا يمكننا قياس موقع جزيء وسرعته بدقة متناهية، في الوقت نفسه، لأن فعل القياس يدمر بعضاً من المعلومات التي نحاول أن نجمعها.

علينا حثّ الشيء لنقيسه. على سبيل المثال: تخيل أنك تقيس طول قلم الرصاص، يمكن أن تضع أصابعك عليه وتقيس كم طوله؛ قد تنكز قلم الرصاص، مزعجاً سرعته قليلاً. الطريقة الأفضل أن تضع مسطرة بالقرب من قلم الرصاص، لكن في الحقيقة مقارنة طول شيئين أيضاً يُغير بسرعة قلم الرصاص قليلاً. يمكن النظر إلى قلم الرصاص فقط عندما ينعكس عليه الضوء، حينها يكون الإزعاج ضئيلاً جداً. الفوتونات التي تضرب قلم الرصاص وتنكزه ليست بلطيفة أبداً، مغيرة سرعة قلم الرصاص قليلاً.

بغض النظر عن الطريقة التي تفكر بها لتقيس طول قلم الرصاص سوف تعطيه نكزة في عمليتك هذه. بيّن مبدأ هايزنبرغ للارتياب عدم وجود طريقة ممكنة لقياس طول قلم الرصاص – أو موقع الإلكترون – وسرعته بدقة متناهية في الوقت نفسه. في الواقع، كلما عرفت موقع جزيء بشكل أفضل، قلّت معرفتك بسرعته، والعكس صحيح. إن قست موقع الإلكترون بنسبة خطأ صفر – تعرف تماماً أين هو في لحظة معلومة – يجب أن يكون لديك صفر معرفة عن سرعته. وإن كنت تعلم سرعته بدقة لا محدودة – خطأ صفر – يكون لديك خطأ لا محدود عندما تقيس مكانه، لا تعلم شيئاً بتاتاً عن مكانه[1]. لا يمكنك أبداً أن تعرف الاثنين بالوقت نفسه، وإذا كان لديك معلومات عن طرف، يكون لديك ارتياب (عدم يقين) (uncertinity) حول الآخر. إنه قانون آخر غير قابل للخرق.

ينطبق مبدأ هايزنبرغ للارتياب على أكثر من مجرد قياس يقوم به الإنسان. إنه مثل قوانين الديناميكية الحرارية، ينطبق المبدأ على الطبيعة نفسها. يجعل مبدأ الارتياب الكون هائجاً بطاقة لا محدودة. تخيّل حجم حيّز ضئيل جداً، كصندوق صغير جداً. إذا حللنا ما يجري في داخل الصندوق، يمكننا إعطاء بعض الفرضيات. على سبيل المثال: نعرف ببعض من الدقة مكان الجزيئيات في داخله، لا يمكنها التواجد خارجه؛ نعلم أنها محصورة في حجم معين لأنها إذا كانت خارج الصندوق لا يمكننا النظر إليها؛ لأننا

(١) لنكن دقيقين: يتعامل مبدأ هايزنبرغ للارتياب مع زخم الحركة (momentum) التي تجمع سرعة، اتجاه، ومعلومات حول كتلة الجزيء وليس مع سرعة جزيء. في هذا السياق يمكن استخدام زخم الحركة، والسرعة، والطاقة بشكل قابل للتبادل.

نعلم بعض المعلومات حول مكان الجزيئيات، فإن مبدأ هايزنبرغ للارتياب يفترض، ضمناً، أن يكون لدينا ارتياب حول سرعة الجزيئيات – طاقتها. مع تصغيرنا للصندوق أكثر وأكثر نعلم أقل وأقل عن طاقة الجزيئيات.

هذا البرهان يعمل في كل مكان في الكون – في مركز الأرض وفي أعمق أعماق فراغ الفضاء. ما يعني أنه في حجم صغير كفاية ولدينا بعض الارتياب حول كمية الطاقة في داخله حتى في الفراغ. لكن ارتياباً حول الطاقة في الفراغ يبدو فكرة سخيفة. الفراغ، بالتعريف، لا شيء به – لا جزيئيات، لا ضوء، لا شيء. لكن وفق مبدأ هايزنبرغ لا يمكننا أن نعرف كم من الطاقة يوجد في حجم من الفراغ في أي وقت معطى. الطاقة في حجم ضئيل من الفراغ يجب أن تكون متقلبة بشكل ثابت.

كيف لفراغ لا شيء في داخله أن يكون لديه طاقة؟ تأتي الإجابة من معادلة أخرى: معادلة أينشتاين المشهورة.

$$E = mc^2$$

تربط هذه المعادلة البسيطة الكتلة بالطاقة: كتلة جسم تساوي كمية محددة من الطاقة (في الواقع لا يقيس الفيزيائيون الجزئيون (particle physists) كتلة الإلكترون، بالكيلوغرام أو الباوند أو أي وحدة قياس كتلة اعتيادية. هم يقولون ما يلي **كتلة سكون** الإلكترون (electron's *rest mass*) تكون 0.511 MeV (Million electron volts) – كتلة طاقة). تكون تقلبات الطاقة في الفراغ تساوي تقلبات كمية الكتلة. جزيئيات تلمع باستمرار داخل وخارج الوجود مثل قطط تشيسير*. الفراغ بالحقيقة ليس فارغاً. إنه يغلي بهذه **الجزيئيات الافتراضية** (virtual particles)، عند كل نقطة في

الفضاء هناك عدد لا محدود منها يظهر فجأة ويختفي بنجاح. هذه هي الطاقة عند درجة الصفر المطلق، اللانهاية في معادلات نظرية الكم. تترجم بشكل صارم: نقطة صفر طاقة تكون لا حد لها (limitless). ووفق معادلات ميكانيكا الكم هناك طاقة مخزنة داخل حيز محمصة خبزك الكهربائية أكثر مما هو مخزن في كل مناجم فحم العالم، وحقوله النفطية، وأسلحته النووية.

عندما يكون هناك اللانهاية في المعادلة، يفترض الرياضيون عادة أن هناك خطأ ما؛ فاللانهاية لا معنى فيزيائي لها. نقطة صفر طاقة لا تختلف عن هذا الأمر، ويتجاهلها تماماً معظم العلماء متظاهرين بأنها تساوي صفراً، رغم معرفتهم أنها لا محدودة. إنها خرافة مقنعة، وفي معظم الأحيان لا أهمية لها، لكن في بعض الأحيان لها أهمية. وأول من أدرك عام ١٩٤٨ أنه لا يمكن تجاهل نقطة صفر طاقة هما الفيزيائيان الهولنديان هندريك ب. ج. كازيمير (Hendrick B. G. Casimir)، وديك بولدر (Dik Polder). وكان العالمان يدرسان القوى ما بين الذرات عندما أدركا أن قياساتهما لا تتطابق مع القوى المتنبأ بها. بحثاً عن تفسير ما حدث، وقد أدرك كازيمير أنه شعر بقوة العدم.

يكمن سر القوة عند كازيمير بطبيعة الموجات. وقديماً رأى فيثاغوراس، التصرف الدقيق للموجات المسافرة صعوداً وهبوطاً على وتر منقور – كيف يسمح لنوتات موسيقية ولا يسمح لأخرى. عندما نقر فيثاغوراس الوتر، أعطى الوتر نغمة (نوتة) واضحة ويعرف هذا الصوت بالأساس. وعندما وضع أصبعه في وسط الوتر ونقره مجدداً، حصل على نوتة لطيفة وواضحة، هذه المرة أعلى بأوكتاف من الصوت الأساس. هبوط

إلى 1/3 الوتر أعطى نوتة أخرى لطيفة، ولكن فيثاغوراس أدرك أن ليس كل النوتات مسوحاً بها. وعندما وضع إصبعه عشوائياً على الوتر نادراً ما كان يحصل على نوتة واضحة. فقط نوتات محددة يمكن عزفها على الوتر؛ ومعظم البقية مستثنى (أنظر الشكل ٤٨).

لا تختلف موجات مادة عن موجات وتر، كما لا يستطيع وتر غيتار بحجم معين أن يعزف كل نوتة ممكنة – بعض الموجات «ممنوع» عليها الظهور على وتر – بعض موجات الجزيء ممنوع عليها أن تكون داخل صندوق. على سبيل المثال، ضع صفيحتين معدنيتين قريباً من بعضهما، لا يمكنك أن تضع كل أنواع الجزيئيات في الداخل، يمكنك فقط وضع ما تتلاءم طول موجاته مع حجم الصندوق (أنظر الشكل ٤٩).

أدرك كازيمير أن حرمان موجات جزيء يمكنها أن تؤثر في نقطة صفر طاقة في الفراغ، كون الجزيئيات في كل مكان تتراقص داخل الوجود وخارجه. إذا وضعت صفيحتين معدنيتين قريباً من بعضهما ولم يسمح لبعض من هذه الجزيئيات أن يكون بين الصفيحتين، إذن، هناك في الخارج جزيئيات أكثر ممّا هو بين الصفيحتين. تضغط غابة الجزيئيات المتقلصة على خارج الصفيحتين، ومن دون اكتمال في الداخل، تتحطم الصفيحيتان، وإن تواجدتا في عمق أعماق الفراغ. هذه هي قوة الفراغ، قوة ناجمة عن لا شيء بتاتاً، وهذا هو تأثير كازيمير (Casimir effect).

تبدو قوة كازيمير – غامضة، قوة وهمية مبذولة من قبل لا شيء بتاتاً – مثل الخيال العلمي، لكنها موجودة. إنها قوة ضئيلة ويصعب قياسها، ولكن الفيزيائي ستيفن لاموروكس (Steven Lamoreaux) استطاع قياس تأثير

كازيمير عام ١٩٩٥. ووضع صفيحتين مطليتين بالذهب على جهاز دقيق لقياس الالتواء، واستطاع تحديد كم هي القوة اللازمة لمواجهة قوة كازيمير. الإجابة – تقريباً بوزن شريحة واحدة من نملة قطعت إلى ٣٠٠٠٠ شريحة – وهذا ما يتوافق مع نظرية كازيمير. قاس لاموروكس القوة الناجمة عن الخلاء.

الصفر النسبي: الثقب الأسود

النجم، مثل قطة تشيسر تختفي عن النظر. واحدة تخلف ابتسامة، والأخرى تخلف قوة جاذبيتها فقط.

(جون هلير)

- JOHN WHEELER

صفر في ميكانيكا الكم يستثمر الفراغ مع طاقة لا محدودة. ويخلق الصفر في نظرية حديثة أخرى وعظيمة – النسبية (relativity) – مفارقة آخرى: العدم اللامحدود للثقب الأسود.

مثل ميكانيكا الكم ولدت نظرية النسبية في الضوء، وكانت هذه المرة سرعة الضوء هي المسببة للمشاكل. لا تملك معظم الأجسام في الكون سرعة اتفق عليها المراقبون. على سبيل المثال: تخيّل طفلاً صغيراً يرمي حجارة بكل الاتجاهات، بالنسبة لمراقب يقترب من الطفل تبدو الحجارة أنها تسرع أكثر من سرعتها لمراقب يهرب منها؛ ويبدو أن سرعة الحجارة تعتمد على اتجاهك وسرعتك. بالطريقة عينها، تعتمد سرعة الضوء كونك تركض باتجاه المصباح الموجه إليك أو بعيداً عنه. حاول الفيزيائيان الأميركيان، ألبرت مايكلسون (Albert Michelson) وإدوارد مورلي (Edward Morley)

عام ١٨٨٧، قياس هذا التأثير. لقد شعرا بالحيرة عندما لم يجدا فارقاً: كانت سرعة الضوء نفسها في كل اتجاه. كيف لهذا أن يحدث؟

مجدداً، أجاب أينشتاين الشاب على هذا السؤال عام ١٩٠٥، وكان لاقتراحات بسيطة نتائج عظيمة.

بدا أول اقتراح لأينشتاين واضحاً. بيّن فيه ما يلي: إذا كان هناك عدة أشخاص يشاهدون الظاهرة نفسها – لنقل غراباً يطير باتجاه شجرة، تكون قوانين الفيزياء هي نفسها لكل مراقب. إذا قارنت مدونات شخص واقف على الأرض، وآخر في قطار متحرك بشكل مواز للغراب، حينها لا يتفقان بالنسبة لسرعة طيران الغراب إلى الشجرة. لكنّ الناتج النهائي للطيران هو نفسه، بعد عدة ثوان يصل الغراب إلى الشجرة. كلا المراقبين يتفق حول النتيجة النهائية، برغم أنهما قد يختلفان حول بعض التفاصيل. هذا هو مبدأ النسبية (يوجد قيود في نوع الحركة المسموح بها في النظرية الخاصة للنسبية (special theory of relativity) التي نناقشها هنا. بعبارة أخرى لا يمكنها الشعور بالتسارع. أُزيلت القيود في النظرية العامة للنسبية (general theory of relativity)).

الاقتراح الثاني مربك أكثر وخاصة لأنه يناقض مبدأ النسبية. اقترح أينشتاين ما يلي – بغض النظر عن سرعة الضوء التي يتحرك بها – يتفق الجميع حول سرعة الضوء في الفراغ: ما يقرب ٣٠٠ مليون متر لكل ثانية، ثابت يرمز له بالحرف c .إذا أضاء أحدٌ مصباح يد عليك يندفع الضوء نحوك بسرعة c بغض النظر ما إذا كان حامل المصباح واقفاً في أرضه، أو يركض باتجاهك، أو يركض بعيداً عنك؛ تسافر حزمة الضوء دائماً بسرعة c من وجهة نظرك – ومن وجهة نظر الآخرين.

تحدّى هذا الاقتراح كل مقترحات الفيزيائيين حول سرعة الأجسام. لو كان الغراب يتصرف مثل الفوتون حينها على المراقب في القطار والمراقب خارجه أن يتفقا على قيمة لسرعة الغراب. ما يعني أن المراقبَين سيختلفان متى يصل الغراب إلى الشجرة (أنظر الشكل ٥٠). أدرك أينشتاين أن هناك طريقة واحدة حول هذا: تدفق الوقت يختلف، اعتماداً على سرعة المراقب. وعلى ساعة القطار أن تدق ببطء أكثر من ساعة المحطة. ١٠ ثوان لمراقب على الأرض قد تبدو فقط ٥ ثوان لشخص ما في القطار. الشيء نفسه بالنسبة لشخص يبتعد بسرعة عالية. كل دقيقة من ساعة توقيته تأخذ أكثر من ثانية لدى مراقب في ساعة المحطة. إذا ذهب رائد فضاء في رحلة تستغرق ٢٠ سنة (وفق ساعة جيبه) بسرعة تسعة أعشار من سرعة الضوء، سيعود إلى الأرض بعمر ٢٠ سنة، كما هو متوقع، لكن كل من تخلف عنه سيكون عمره ٤٦ سنة.

لا يتغير الوقت وحده مع السرعة؛ بل كذلك يتغير الطول والكتلة أيضاً. مع تزايد سرعة الأجسام، تصبح أقصر وأثقل. مثلاً تصبح عصا ياردية القياس (طولها يارد واحد) بطول فقط 0.4 يارد عند سرعة تسعة أعشار من سرعة الضوء، وكيس من السكر بوزن باوند يصبح وزنه تقريباً 2.3 باوند – من وجهة نظر مراقب في المحطة (بالتأكيد لا يعني هذا أنه يمكنك أن تخبز المزيد من الحلوى من كيس السكر نفسه، لأنه من وجهة نظر الكيس وزنه ما زال هو هو).

يصعب تصديق هذا التغير في تدفق الوقت لكن تمت مراقبته. عندما يسافر جزيء دون ذري (subatomic) بسرعة عالية يبقى وقتاً أطول قبل أن

يتلاشى لأن ساعته تكون أبطأ. وكذلك تمت مراقبة ساعة دقيقة جداً تتباطأ قليلاً عندما وضعت بطائرة على سرعة عالية. إن نظرية أينشتاين تعمل. رغم هذا هناك مشكلة محتملة هي: صفر.

عندما يقترب مكوك فضاء من سرعة الضوء يتباطأ الوقت أكثر وأكثر. إذا سافر مكوك الفضاء بسرعة الضوء كل تكة ساعة على متنه سوف تساوي عدداً لا محدوداً من الثواني على الأرض. بأقل من جزء من الثانية يمكن لمليارات ومليارات السنوات أن تمر؛ ويمكن للكون أن يكون قد واجه قدره النهائي وأحرق نفسه، ويتوقف الوقت عند رائد الفضاء في المكوك. تدفق الوقت مضروب بصفر.

لحسن الحظ ليس من السهل توقيف الوقت. مع زيادة سرعة المكوك، يتباطأ ويتباطأ الوقت، ولكن، في الوقت نفسه، فإن كتلة المكوك تتزايد وتتزايد. مثل دفع عربة الطفل، وهو بداخلها، والطفل يكبر ويكبر، وسريعاً سيكون عليك دفع مصارع سومو – أمر ليس بالسهل. إذا تمكنت من دفع العربة أسرع، فستصبح كتلة الطفل ككتلة سيارة... وهنا تبدأ المعركة... ومن ثم ستصبح ككتلة كوكب... ومن ثم نجم... ومن ثم مجرّة. مع ازدياد كتلة الطفل يتضاءل أكثر وأكثر تأثير دفعك. بالطريقة نفسها، يمكنك أن تأخذ مكوكاً وتزيد تسارعه، قربه أكثر وأكثر من سرعة الضوء، ولكن بعد فترة تصبح كتلته كبيرة جداً لتدفعه أكثر. وبحسب هذه المسألة لا يصل المكوك أو أي جسم آخر له كتلة تماماً إلى سرعة الضوء. فسرعة الضوء أقصى حد سرعة؛ لا يمكنك الوصول إليها، أو تجاوزها قليلاً. الطبيعة حصنت نفسها من صفر جامح.

رغم هذا، فإن الصفر قوي جداً حتى بالنسبة إلى الطبيعة. عندما مدد أينشتاين نظرية النسبية ليشمل الجاذبية، لم يتوقع أن معادلاته الجديدة – النظرية العامة للنسبية – سوف تصف الصفر الأقصى وكذلك اللانهاية في معادلاته لتكون: الثقب الأسود.

تعاملت معادلات أينشتاين مع الوقت والفضاء كمظاهر من الشيء نفسه. لقد اعتدنا على فكرة أنه مع تسارعك تغير الطريقة التي تتحرك بها في الفضاء؛ يمكنك أن ترفع سرعتك أو تخفضها. ما بينته معادلات أينشتاين أنه كما يغير التسارع الطريقة التي تتحرك بها في الفضاء، تتغير أيضاً الطريقة التي تتحرك بها عبر الوقت. حيث يمكنها تسريع طريقة تدفق الوقت أو إبطائه. لذا عندما تُسرِّع جسماً – وتُخضعه لأي قوة، ولتكن جاذبية أو دفعة من فيل كوني عملاق – تتغير حركته عبر الفضاء والوقت: عبر **فضاء – زمان** (*space – time*).

فكرة يصعب التقاطها، لكن الطريقة الأسهل لمقاربة فضاء – زمان هي عبر المماثلة: الوقت والفضاء يشبهان ورقة مطاطية عملاقة تجلس عليها الكواكب والنجوم وأي شيء آخر مشوهة إياها قليلاً. هذا التشوه – التقوس (curvature) بسبب جلوس الأجسام على الورقة – هو الجاذبية. كلما زادت كتلة الجسم الجالس على الورقة ازداد تشوه الورقة، وكبرت النقرة حول الجسم، وقوة الجاذبية تشبه نزعة الأجسام للانخراط في النقرة.

لم يكن تقوس الغطاء المطاطي التقوس الوحيد في الفضاء؛ بل كذلك تقوس الوقت. وكما يتشوه الفضاء بقربه من جسم ذي كتلة، كذلك يحدث للوقت. يتباطأ ويتباطأ الوقت مع كبر وكبر التقوس. الأمر عينه يحدث مع

الكتلة. مع دخولك إلى مناطق متقوسة بشكل كبير في الفضاء، يزداد تأثير كتل الأجسام. ظاهرة تعرف بـ **«تضخم كتلة»** (*mass inflation*).

تفسر هذه المماثلة مدارات الكواكب؛ حيث تتدحرج الأرض ببساطة في نقرة صنعتها الشمس في الورقة المطاطية، ولا يسير بها الضوء بشكل مستقيم بل يسير بمسار منحنٍ حول النجوم؛ تأثير فسره السيد آرثر ادينغتون (Sir Arthur Eddington)، عالم فلك بريطاني، عام ١٩١٩ بالمراقبة. قاس إدينغتون موقع نجم خلال كسوف شمسي، وحدد التقوس الذي توقعه أينشتاين (أنظر الشكل ٥١).

وكما توقعت معادلات أينشتاين شيئاً شريراً أكثر؛ الثقب الأسود، نجم كثيف جداً لا شيء يمكن أن يهرب من قبضته، حتى الضوء.

يبدأ الثقب الأسود حياته كبقية النجوم، كرة ضخمة من الغاز الساخن – بأغلبه هيدروجين. إن تُرك بشأنه، فإن كرة الغاز ضخمة بما يكفي لتنهار تحت وزنها وجاذبيتها، محطّمة نفسها لتصبح كتلة صغيرة. من حظنا هناك قوة أخرى تعمل فلا تنهار الكواكب: اندماج نووي (nuclear fusion). مع انهيار غيمة الغاز، تسخن وتزداد كثافة، فتتصادم بعنف ذرات الهيدروجين مع بعضها بقوة متزايدة، ويصبح النجم أكثر حرارة وكثافة إلى حد تلتصق فيه ذرات الهيدروجين مع بعضها، وتندمج خالقة غاز الهيليوم (helium) ومطلقة كميات هائلة من الطاقة. تنطلق هذه الطاقة من لب النجم مسببة تمدده قليلاً. يبقى النجم، معظم فترة حياته، في توازن غير سهل: نزوع للانهيار بسبب جاذبيته المتوازنة مع الطاقة النابعة من اندماج الهيدروجين في لبه.

لا يمكن للتوازن أن يبقى إلى الأبد؛ لدى النجم كمية محدودة من وقود الهيدروجين ليحرقه. بعد فترة يخفت تفاعل الاندماج، ويضطرب؟ (فكم تدوم عملية التوازن غير السهل، أمر يعتمد على كبر النجم. كلما كبر النجم – زادت كميته من الهيدروجين – فتقصر حياته لأنه يحرق منه أكثر وبعنف أكبر، ويبقى للشمس ٥ مليارات سنة لتحرق وقودها، لكن لا تدع هذا يرضيك. سترتفع درجة حرارة الشمس تدريجياً قبل أن تصل إلى هذه المرحلة، مسببة غليان كل المحيطات ومحولة الأرض إلى صحراء غير مأهولة مثل كوكب الزهرة (Venus). علينا أن نعتبر أنفسنا محظوظين إذا توفر لدينا مجرد مليارات من السنين لنعيش على الأرض). وبعد سلسلة طويلة من سكرات الموت – مجدداً يعتمد هذا التعاقب الدقيق للأحداث على كتلة النجم – ويعطل محرك الدمج فيه ويبدأ بالانهيار تحت ضغط جاذبيته.

يمنع قانون في ميكانيكا الكم، يسمى مبدأ استبعاد باولي (Pauli exclusion principle)، المادة من سحق نفسها إلى نقطة. اكتشف فولفغانغ باولي (Wolfgang Pauli)، فيزيائي ألماني، القانون في أواسط عشرينيات ١٩٢٠، وينص مبدأ استبعاد باولي على أنه: لا يمكن وجود شيئين في المكان عينه والوقت عينه. بتحديد أكبر لا يمكن لالكترونين للحالة الكمومية نفسها أن يُجبرا على التواجد في النقطة عينها. أدرك سابرامانين تشاندراسخار (Subrahmanyan Chandrasekhar)، فيزيائي هندي، عام ١٩٣٣، أنه لدى مبدأ استبعاد باولي مقدرة محدودة ليقاتل ضد ضغط الجاذبية.

ينص مبدأ استبعاد باولي: على الإلكترونات أن تتحرك أسرع وأسرع لتتجنب بعضها مع ازدياد الضغط في النجم. لكن هناك حد للسرعة:

لا يمكن للإلكترونات أن تتحرك بأسرع من سرعة الضوء، لذا إذا وضعت ضغطاً كفاية على كتلة مادة، لا يمكن للإكترونات أن تتحرك بسرعة كافية لتمنع المادة من الانهيار. بيّن تشاندراسخار أن نجماً منهاراً كتلته أكبر من كتلة شمسنا بـ1.4 مرة تصبح لديه جاذبية كفاية ليسحق مبدأ استبعاد باولي. وفوق **حدِّ تشاندراسخار** (Chandrasekhar limit) ستجذب جاذبية النجم نفسها بقوة إلى حد أن الإلكترونات لن تستطيع وقف انهيار النجم. تكون قوة الجاذبية ضخمة إلى حد تستسلم به الإلكترونات للنجم مرة واحدة وإلى الأبد؛ وتنسحق الإلكترونات في بروتونات النجم خالقة النيوترونات، وينتهي هذا النجم ذو الكتلة الضخمة بأن يصبح كرة ضخمة من النيوترونات: نجم نيوتروني (neutron star).

أظهرت المزيد من الحسابات أنه عندما تكون كتلة نجم منهار أكثر بقليل من حد تشاندراسخار يمكن لضغط النيوترونات الناجمة عن هذا – مشابهة لضغط الإلكترونات – أن تتجنب الانهيار لفترة زمنية قليلة؛ وهذا ما يحدث في نجم نيوتروني. عند هذه النقطة تكون كثافة النجم مرتفعة جداً، ويمكن أن يصل وزن ملعقة شاي صغيرة إلى مئات الملايين من الأطنان. وبرغم هذا هناك حد (limit) يمكن تحمله حتى لنجم نيوتروني. يعتقد بعض فيزيائيي علم الفلك (astrophysicists) أن زيادة قليلة في الضغط تفكك النيوترونات إلى مكوناتها، كواركات (quarks)، خالقة نجم كواركي (quark start). لكن هذه آخر قلعة، بعدها ينهار كل شيء.

يختفي نجم ذو كتلة هائلة عندما ينهار. تكون قوة جذب الجاذبية هائلة إلى حد أن الفزيائيين لا يعرفون قوة في الكون تمنع انهياره – لا تنافر

الإلكترونات، ولا ضغط نيوترون على نيوترون، ولا ضغط كوارك على كوارك – لا شيء. النجم الذي يموت يصغر ويصغر ويصغر. ومن ثم... صفر، ويحشر نفسه في صفر فراغ. هذا هو الثقب الأسود؛ جسم مفارق جداً إلى حد أن بعض العلماء يعتقدون أنه يمكن للثقب الأسود أن يستخدم للسفر بأسرع من سرعة الضوء – والعودة في الزمن.

الدليل على الخواص الغريبة للثقب الأسود هو طريقة حنيه للمكان - زمان (space-time). لا يشغر الثقب الأسود حيز أبداً، ولكن لديه كتلة. وكونه يملك كتلة يسبب انحناء مكان - زمان. ومن الاعتيادي ألا يسبب هذا مشكلة. يزداد الانحناء أكثر وأكثر مع اقترابك من نجم ثقيل، ولكن ما إن تجتاز الجانب الخارجي الآخر للنجم حتى يقل الانحناء مجدداً عما هو الحال في مركزه. في المقابل الثقب الأسود نقطة تأخذ صفر مكان، لذا ما من جانب خارجي له، ولا من مكان حيث يبدأ المكان بالتسطح مجدداً. انحناء المكان يزداد ويزداد مع اقترابك من الثقب الأسود، ولا يتوقف تقعره أبداً، يذهب الانحناء اللانهاية لأن الثقب الأسود يأخذ صفر مكان؛ لقد مزق النجم حفرة في مكان - زمان (أنظر الشكل ٥٢). صفر الثقب الأسود هو التفرد (singularity)، جرح مفتوح في نسيج الكون.

مفهوم مقلق فقد تكون تجاويف في هذا النسيج السلس المستمر لمكان - زمان، ولا من أحد يعرف تماماً ما الذي يمكن أن يحدث في منطقة هذه التجاويف. أزعجت فكرة التفرد أينشتاين كثيراً فأنكر وجود الثقوب السوداء. وكان مخطئاً؛ فالثقوب السوداء موجودة بالفعل. وتفرد الثقب الأسود بشع جداً، وخطير جداً، إلى درجة أن الطبيعة تحاول إخفاءه، مانعة

أي شخص من رؤية الصفر في مركز الثقب الأسود ليعود ويخبر ما هناك. للطبيعة «رقيب كوني» (cosmic censor).

الرقيب هو الجاذبية نفسها. إذا رميت حجراً نحو الأعلى، سيعاود الهبوط إلى أسفل، عائداً بتأثير جاذبية الأرض. لكن إذا رميت الحجر بسرعة كافية لن يسقط الحجر بشكل منحن إلى الأرض، بل سيخرج من الغلاف الجوي للأرض ويفلت من تأثير جاذبية الأرض. هذا ما تفعله ناسا (NASA) عندما ترسل مكوكاً فضائياً إلى المريخ. يسمى الحد الأدنى للسرعة التي يحتاجها الحجر لتمكنه من الإفلات من جاذبية الأرض بـ **سرعة الهروب** (*escape velocity*). وإذا اقتربت كفاية من الثقب الأسود الكثيف جداً – مررت بما يسمى أفق الحدث (event horizon) – وسرعة الهروب تحتاج إلى سرعة أسرع من سرعة الضوء. جاذبية الثقب الأسود قوية جداً – والفضاء منحن جداً – فلا شيء يستطيع الهروب حتى الضوء لا يمكنه الهروب.

برغم أن الثقب الأسود نجم لكن لا ضوء يشع منه يمكن أن يهرب من أفق الحدث المحيط به؛ لذا هو أسود. والطريقة الوحيدة لرؤية فرادة الثقب الأسود هي أن تذهب إلى ما بعد أفق الحدث وترى بنفسك. وإذا كان لديك بزة فضاء خارقة تحفظك من أن تتمدد إلى رائد فضاء معكروني (على شكل المعكرونة) فلن يمكنك إخبار أحد ماذا رأيت. وما إن تمر في أفق الحدث حتى تجد أن الإشارات التي تبثها لا يمكنها أن تهرب من جذب الثقب الأسود – ولا حتى أنت. السفر إلى ما بعد أفق الحدث مثل أخذ خطوة عن حافة الكون، لن تعود أبداً. هذه هي قوة مراقب الكون.

يعلم العلماء أن الثقب الأسود موجود برغم أن الطبيعة تحاول إخفاء فرادة الثقب الأسود، ويجلس باتجاه كوكبة الرامي (Sagittarius)، في مركز مجرتنا، ثقب أسود هائل الكتلة يزن 2.5 مليون مرة وزن الشمس. شاهد علماء الفلك نجوماً ترقص حول شريك لا مرئي؛ وكشفت حركات النجوم وجود ثقب أسود رغم عدم رؤيته. ومع أن العلماء يستطيعون تتبع الثقوب السوداء، لكنهم، ما زالوا، لم يحددوا الأصفار في مراكزها لأن الفرادة البشعة مصفحة بأفق الحدث.

أمر جيد، إن لم يكن هناك من أفق حدث، فلا من رقيب كوني يخفي الفرادة عن بقية الكون، وكل الأشياء الغريبة يمكنها أن تحدث. نظرياً ربما يسمح لك *تفردٌ مجرد* (*naked singularity*) من دون أفق حدث أن تسافر بأسرع من الضوء، أو تعود في الزمن إلى الوراء. يمكن لهذا أن يحدث في بنية اسمها **ثقب دودي** (*wormhole*).

عودة إلى المماثلة بورقة تفرد مطاطية، هي نقطة من منحن لا محدود؛ إنه ثقب في نسيج المكان والزمان، ويمكن لهذا الثقب، في ظروف معينة، أن يُمدد. على سبيل المثال، إذا كان الثقب الأسود يغزل أو لديه شحنة كهربائية، وقام الرياضيون بحساباتهم تبين لهم أن الفرادة ليست بنقطة ولا بثقب رأس دبوس في مكان – زمان؛ بل حلقة. يخمن الفيزيائيون أن اثنتين من هذه الفرادات الممتدة قد تتصلان بنفق ثقب دودي (أنظر الشكل ٥٣). سوف يظهر المسافر عبر ثقب دودي عند النقطة الأخرى في المكان – وربما في الزمان. كون ثقوب دودي تستطيع، نظرياً، أن ترسلك إلى منتصف الطريق عبر الكون في لمحة بصر، بإمكانها أن تُرسلك عبر الزمان، إلى الأمام

والخلف (أنظر الملحق E). حتى ربما بإمكانك أن تتبع أمك وتقتلها قبل أن تلتقي بوالدك، مانعاً ذاتك من أن تلد وتسبب مفارقة رهيبة.

ثقب دودي مفارقة سببه الصفر في معادلات النسبية العامة. لا أحد يعلم ما إذا الثقب الدودي موجود أم لا – لكن ناسا تأمل ذلك.

شيء من أجل لا شيء؟

لا وجود لشيء اسمه غداء مجاني

(القانون الثاني للثرموديناميكس)

- "THE SECOND LAW OF THERMODYNAMICS"

تأمل ناسا أن يحمل الصفر سر السفر إلى نجوم بعيدة. إذ عقدت ندوة عام ١٩٩٨ تحت عنوان فيزياء للألفية الثالثة (Physics for the Third Millennium)، ناقش فيها العلماء مزايا الثقوب الدودية، محركات اعوجاج (warp drives)*، محركات طاقة - فراغ (vacuum-energy engine) وأفكار بعيدة أخرى.

مشكلة السفر في الفضاء هي عدم وجود أيّ شيء لتدفع عكسه. فأنت عندما تسبح في بركة، تجد أنك تندفع عكس الماء، وتجبرها على السير إلى الخلف وأنت تدفع نفسك إلى الأمام. وعندما تسير على الأرض تدفع قدمك عكس الأرض، مزودة بالقوة التي تسّيرك إلى الأمام. أما في الفضاء فما من شيء لتدفعه إلى الخلف؛ يمكن أن تجذف كما تشاء لكن لن تصل إلى مكان.

تُحضّر الصواريخ ما تحتاجه من مؤن المواد لتدفع عكسه. فيحترق الوقود في محرك الصاروخ، ويخرج من خلف الصاروخ قائداً المكوك إلى الأمام، كما يفعل اندفاع الهواء الخارج من البالون قاذفاً به في أنحاء الغرفة. لكن قذف الوقود مكلف، وطريقته مرهقة للذهاب إلى نجوم بعيدة، حتى التحسينات الحديثة على المحرك الكيميائي، كمحركات الكهرباء التي تقذف أشياء من خلف الصاروخ، غير قادرة على تزويد المسابر بما يكفي من الوقود للذهاب إليها بكمية وقت معقولة. حيث تحتاج، حتى للوصول إلى أقرب نجم، كمية هائلة من الوقود لتنفثها خارج الصاروخ – هدر هائل.

يأمل مارك ميلز (Marc Millis) رئيس قسم (Breakthrough Propulsion Project) في ناسا أن يتخطى هذه المشكلة بفيزياء الصفر. لسوء الحظ أصفار الثقوب السوداء – فرادات – تبدو غير مرشحة في الأمد القصير؛ ليس لأنه من الصعب جداً خلق تفرد مجرد يحتاجة ثقب دودي فقط، لكن يبدو، أيضاً، أن فرادة مجردة سوف تمزق مسافري الفضاء إلى نتف. وقد بيّن فيزيائيون أن ثقباً أسود يغزل، أو مشحوناً – بفرادة لطيفة على شكل حلقة – سيقتل رائد الفضاء، والسبب في هذا يعود إلى تضخم كتلته. فمع هبوطك باتجاه الفرادة تكبر وتكبر كتلة الثقب الأسود اللانهاية، ويكبر بساط الجاذبية إلى حد كبير ليمزقك إلى نتف بجزء من الثانية. الثقوب الدودية يمكن أن تكون خطيرة على صحتك.

برغم أن أصفار مركز الثقوب السوداء لا تزّود بطريقة سهلة للسفر عبر الفضاء، قد يكون صفر كمومي هو الوقود النهائي. هنا ينتهي التيار الرئيسي للفيزياء وتبدأ الحافة.

وفق ميلز ربما يستخدم رواد الفضاء الطاقة في الفراغ لدفع المكوك، كما تستخدم البحرية الرياح لدفع الفرقاطة، ويقول: «استخدم المماثلة لتأثير كازيمير، حيث يمكنك دفع صفائح مع بعضها بضغط شعاع ملحوظ من الفراغ. إن كان هناك طريقة للحصول على قوى غير متكافئة (asymmetric forces) من هذا يمكنك الحصول على قوة باتجاه واحد، ويمكنك أن تحصل على قوة دفع». يبدو، لسوء الحظ، تأثير كازيمير متكافئ (symmetric)؛ فكلا الصفيحتين تنهار وتجذب كل منهما الأخرى مع بعضهما. فعل واحد لديه رد فعل مساو له ومعاكس، لكن إن كان هناك نوع من الإبحار الكمومي؛ فمرآة طريق – واحدة يمكنها عكس جزيئيات واقعية بجانب واحد إلا أنها تسمح لها بالعبور من دون عائق عبر الجانب الآخر، وقتها يمكن لطاقة الفراغ أن تدفع كامل الجسم باتجاه نُصف إبحار غير منعكس. يعترف ميلز أن لا أحد لديه أي دليل حول كيفية فعل هذا، ويقول بأسف «لا يوجد نظريات حول كيفية هندسة هكذا أجهزة».

المشكلة أن قوانين الفيزياء تقول: إنه لا يمكنك الحصول على شيء من لا شيء؛ ومع تخفيض سرعة الفرقاطة للريح على الإبحار الكمومي أن يخفض طاقة الفراغ. كيف لك أن تُعدل العدم؟

يعتقد هارولد بوثوف (Harold Puthoff)، مدير معهد الدراسات المتقدمة (Institute for Advanced Studies)، في أوستن، تكساس، أن الإبحار الكمومي يمكن أن يغير خواص الفراغ ببساطة (اشتهر بوثوف في مجلة الطبيعة بورقة قدمها في عام ١٩٧٤ دعت إلى إثبات أن يوري غيلر (Uri Geller) وفيزيائيين آخرين يمكن أن يروا أجساماً عن بعد – من دون

أعينهم. لم يكن هذا الاستنتاج في سياق العلم). يقول بوثوف «يتآكل الفراغ إلى حالة أقل بقليل». إذا كان هذا، إذن يكون الإبحار الكمومي مجرد بداية، ويكون ممكناً صناعة محركات تعمل فقط على نقطة صفر – طاقة. ويمكن أن يكون عائقها الوحيد أن نسيج الكون قد ينهار ببطء. يقول بوثوف «أبداً لن نصنع تجويفاً فهو مثل غَرف كأس ماء من محيط».

هي أيضاً ربما تحطم الكون.

لا شك أن للفراغ طاقة؛ ويشهد تأثير كزيمير على هذه الحقيقة. لكن هل يمكن أن تكون طاقة الفراغ أدنى طاقة ممكنة حقاً؟ وإن لم تكن كذلك فقد يكون الخطر مختبئاً في الفراغ. اقترح عالمان عام ١٩٨٣، في مجلة Nature، أن عملاً غير بارع في طاقة الفراغ قد يسبب تدمير الكون نفسه. واقترحت الورقة أن فراغنا قد يكون فراغاً «كاذباً» في حال غير طبيعية من الطاقة – مثل كرة جاثمة بشكل غير مستقر على جانب تلة. وإن أعطينا الفراغ نكزة كبيرة كافية فقد تبدأ الكرة بالتدحرج إلى أسفل التلة – لتستقر بأدنى حال من الطاقة – ولن يكون في قدرتنا إيقافها. وقد نطلق فقاعة كبيرة من الطاقة تتمدد بسرعة الضوء مخلفة مساراً كبيراً من الدمار في استيقاظها. وقد يكون من السيء جداً أن كل ذرة من ذراتنا قد تتفتت خلال نهاية العالم (apocalypse).

لحسن الحظ هذا سيناريو بعيد الاحتمال إلى أقصى حد؛ فقد دام كوننا لملايين السنين ويستحيل أن نعيش في هكذا حال من عدم الثبات؛ قد «تثير» تصادمات شعاعات كونية الفراغ بطاقة كافية ليسبب هكذا كارثة إن كان ممكناً. ولم يوقف هذا بعض الفيزيائيين من المعتصمين في مختبرات عالية الطاقة، من أمثال Fermilab، والمعتقدين ضمناً أن تصادماً عالي الطاقة يمكن

أن يسبب انهياراً فورياً للفراغ. ويبدو أن جميع هذه الاعتبارات - وإن كانت حقيقة يستحيل عليها دفع مكوك فضائي بنقطة صفر - طاقة. مع هذا يعتقد بوفوث أن لديه طريقة لاستخراج طاقة من فراغ.

يستطيع العلماء، نظرياً، أن يحصلوا على طاقة من تأثير كزيمير حتى عند نقطة صفر مطلق في أبرد جزء من الفراغ في الفضاء. تولد صفيحتان حرارة عندما يرتطمان مع بعضهما– حرارة يمكن أن تتحول إلى كهرباء. للأسف على الصفيحتين الابتعاد مجدداً، ما يستلزم المزيد من الطاقة عما نتج في البداية، ويعتقد معظم العلماء أن هذه الحقيقة تقتل فكرة صناعة آلية أبدية الحركة تسير على طاقة الفراغ. لكن بوثوف يعتقد أنه يرى سبلاً عديدة للالتفاف حول هذه المعضلة، واحدة منها استخدام البلازما بدلاً من الصفائح.

بحسب تأثير كازمير تعتبر البلازما، غازاً من جزيئيات مشحونة، فهي تماماً مثل صفائح معدنية. يمكن أن يكون سلوك غاز موضوع بعبوة بشكل أسطواني ويضغط لتقلبات نقطة صفر – طاقة كسلوك صفيحتين معاً. الانهيار قد يسخن البلازما مطلقاً طاقة. كما يمكن إنتاج البلازما بسهولة من خلال صعقة كهربائية، وهذا لا يصعب على الصفائح، وفق بوثوف، فبدلاً من تجميع الصفيحتين البعيدتين مجدداً، نتخلص من «رماد» البلازما. بهذه الطريقة وبحذر شديد يدعي بوثوف أنه حصل على طاقة تزيد ثلاثين ضعفاً على الطاقة التي استخدمها، ويقول: «هناك بعض الأدلة؛ حتى إننا حصلنا على براءة اختراع». وبرغم هذا فإن جهاز بوثوف هو جهاز واحد فقط في طريق طويل للوصول إلى آلات «طاقة حرة» – دون أن يصمد في السابق أي جهاز

من هذه الأجهزة أمام الفحوصات العلمية. ومن غير المرجح أن يكون جهازه لإثارة نقطة صفر - طاقة مختلفاً.

وفق ميكانيكا الكم، والنسبية العامة، قوة الصفر لا محدودة، فليس من المستغرب أن يأمل الناس بقرع إمكانياته. لكن راهناً يبدو أن لا شيء سيأتي من لا شيء.

الفصل الثامن
ساعة الصفر عند نقطة صفر
صفر على حافة فضاء وزمان

يبدو الفضائيون أنهم

عين ميت لا يمكن أن تبصر

التلحيم القوي لتاريخهم اللاحق...

(توماس هاردي: تقارب التوأم)

- THOMAS HARDY, "THE CONVERGENCE OF THE TWAIN"

الفيزياء الحديثة صراع جبارين. تهيمن النسبية العامة في عالم الأجسام الكبيرة والكبيرة جداً في الكون، من مثل النجوم، والأنظمة الشمسية، والمجرات. بينما تحكم ميكانيكا الكم حقل الأشياء الصغيرة والصغيرة جداً من مثل الذرات، والإلكترونات، وجزيئيات فرع ذرية. ويبدو أن هاتين النظريتين يمكن أن تعيشا بانسجام مع بعضهما، كل منهما يحكم قواعد فيزيائية لجوانب مختلفة من الكون.

ولسوء الحظ هناك أجسام تقع في كلا العالمين؛ وكتل الثقوب السوداء مرتفعة ومرتفعة جداً، لذا هي موضوع قوانين النسبية، ولكن في الوقت عينه هي صغيرة وصغيرة جداً، لذا تقع في حقل ميكانيكا الكم. وبعيداً من التوافق، فإن مجموعتي القوانين، لفيزياء النسبية وميكانيكا الكم، تتصادمان في مركز الثقب الأسود.

يسكن الصفر بجوار ميكانيكا الكم والنسبية؛ يعيش الصفر حيث تلتقي النظريتان، ويسبب تصادمهما. والثقب الأسود هو صفر في معادلات النسبية العامة، وطاقة العدم صفر في نظرية ميكانيكا الكم. الانفجار العظيم (the big bang)، أكثر الأحداث حيرة في تاريخ الكون، هو صفر في النظريتين. أتى الكون من لا شيء – وتنهار النظريتان عندما تحاولان تفسير أصل الكون.

لفهم الانفجار العظيم على الفيزيائيين أن يزاوجوا نظرية الكمومية مع النسبية. بدؤوا ينجحون في هذا في السنوات القليلة الماضية خالقين نظرية وحشية تفسر طبيعة كمومية - ميكانيكية للجاذبية (quantum-mechanical nature of gravity) سامحين لها بالتزاوج عند بداية خلق الكون. كل ما عليهم فعله إبعاد الصفر.

في الحقيقة نظرية كل شيء (Theory of Everythin) نظرية لا شيء.

نفي صفر: نظرية الأوتار (string theory)

المشكلة: عندما نحاول القيام بالحساب وصولاً إلى مسافة صفر تنفجر المعادلة في وجهنا، وتعطينا إجابات لا معنى لها – أشياء مثل اللانهاية. وهذا

ما تسبب بالعديد من المشاكل عند بدايات ظهور نظرية الكهروديناميكة الكمومية. كانوا يحصلون على اللانهاية في كل مسألة يحاولون حسابها.

(ريتشارد فايمن)

RICHARD FEYNMAN

ألزمت كل من النسبية العامة وميكانيكا الكم عدم التوافق مع بعضهما، كون النسبية العامة سلسلة ورقية مطاطية مستمرة ومتدفقة، ليست بحادة ولا مدببة، وميكانيكا الكم بالمقابل تصف كوناً متشنجاً وغير مستمر، فإن الصفر هو المشترك بين النظريتين وما يتصادمان عليه.

صفر اللاحدود للثقب الأسود كتلة محشورة في صفر مكان، وتحني المكان بشكل لا محدود – وتوجد ثقباً في الورقة المطاطية. ومعادلات النسبية العامة لا تستطيع التعامل مع حدية الصفر إذاً لا معنى للمكان والزمان في الثقب الأسود.

لدى ميكانيكا الكم المشكلة نفسها، مشكلة متعلقة بالطاقة عند درجة الصفر المطلق – طاقة. تتعامل قوانين ميكانيكا الكم مع جزيئيات من مثل الإلكترون كنقاط؛ أي لا تأخذ أي مكان على الإطلاق. الإلكترون جسم **بلا بعد (*zero-dimensional*)** وطبيعته قريبة من الصفر تؤكد أن العلماء لا يعرفون كتلة الإلكترون أو شحنته.

تبدو هذه عبارة سخيفة. وقد مضى قرن تقريباً على قياس العلماء كتلة الإلكترون وشحنته. فكيف للعلماء ألا يعرفوا شيئاً تم قياسه؟ الإجابة تكمن في الصفر.

الإلكترون الذي يراه العلماء في المختبرات، والذي عرفه الفيزيائيون، والكيميائيون والمهندسون، وأحبوه لعقود إليكترون خداع. وليس بالإلكترون الحقيقي. الإلكترون الحقيقي مختبىء في غطاء الجزيئيات، ومصنوع من تقلبات نقطة – صفر، تلك الجزيئيات التي تظهر وتختفي باستمرار في الكون، ومع استقرار الإلكترون في الفراغ يمتص أحياناً أو يلفظ أحد تلك الجزيئيات، مثلاً فوتون. ما يجعل من الصعب على سرب الجزيئيات هذا قياس كتلة الإلكترون وشحنته مقنّعة الخواص الحقيقية للالكترون لأن الجزيئيات تتداخل مع القياس. والإلكترون «الحقيقي» أثقل بقليل ويحمل شحنة أكبر من الإلكترون الذي يراقبه الفيزيائيون.

إن اقترب العلماء أكثر ربما يحصلون على فكرة أفضل عن الكتلة الحقيقية للإلكترون وشحنته ولو كان في إمكانهم اختراع جهاز صغير يمكنه الاقتراب لمسافة قريبة داخل غيمة الجزيئيات لأمكنهم الرؤية بوضوح أكبر. وفق النظرية الكمومية فإنه مع اقتراب جهاز القياس ماراً بأول جزيئيات واقعية على حافة الغيمة، سيرى العلماء ارتفاعاً في كتلة الإلكترون وشحنته مع اقتراب المسبار أكثر وأكثر من الإلكترون. قد يمر المسبار عبر المزيد والمزيد من الجزيئيات الواقعية لذا ترتفع وترفع كتلة المراقَب وشحنته. مع اقتراب المسبار إلى نقطة صفر مسافة من الإلكترون يزداد عدد الجزيئيات التي تمر لتصل اللانهاية – لذا فقياس المسبار لكتلة الالكترون وشحنته يُذهب اللانهاية. ووفق قوانين ميكانيكا الكم لدى الإلكترون الصفري – الأبعاد كتلة لا محدودة وشحنة لا محدودة.

كما هو الحال مع نقطة الطاقة عند درجة الصفر المطلق تعلم العلماء أن يتجاهلوا كتلة الإلكترون اللامحدودة وكذلك شحنته اللامحدودة. لا يذهبون

إلى آخر الطريق ليصلوا إلى صفر مسافة عن الإلكترون عندما يحسبون الكتلة الحقيقية للالكترون وشحنته، بل يتوقفون قريبين من الصفر بمسافة عشوائية. وما إن يختار العالم المسافة المناسبة تتوافق كل الحسابات المستخدمة لكتلته «الحقيقية» وشحنته مع بعضها، وتسمى هذه العملية بـ «إعادة التسوية» (renormalization). كتب عنها الفيزيائي ريتشارد فاينمن (Richard Faynman) «هذا ما أسميه عملية سخيفة»، مع أن فاينمن حاز على جائزة نوبل لعمله الفني الرائع على إعادة التسوية.

ما ان يُحدث الصفر ثقباً في ورقة النسبية العامة المصقولة حتى يصقل وينتشر خارج شحنة الإلكترون مغطياً إياه بضباب. كون ميكانيكا الكم تتعامل مع نقاط-جزيئيات صفرية الأبعاد مثل الإلكترون، فإن نظرية الكمومية تتعامل، تقنياً، مع كل تفاعلات جزيء-جزيء في (اللانهايات)، إنها فرادات. وعلى سبيل المثال يندمج جزيئان عندما يلتقيان في نقطة فرادة صفرية الأبعاد، يصبح لا معنى لهذه الفرادة في ميكانيكا الكم أو النسبية العامة. فالصفر مفتاح ربط عمل كلا النظريتين العظيمتين، لذا ببساطة تخلص الفيزيائيون منه.

ليس واضحاً كيف تخلصوا من الصفر، على اعتبار أن الصفر يظهر ويعاود الظهور عبر المكان والزمان. الثقوب السوداء صفرية الأبعاد، وكذلك الجزيئات مثل الإلكترون، وهي أشياء حقيقية لا يستطيع الفيزيائيون كنسها ببساطة. لكن يستطيع العلماء إعطاء الثقوب السوداء والإلكترونات بعداً إضافياً.

هذا هو سبب نظرية الأوتار التي وجدت في سبعينيات عام ١٩٧٠ عندما بدأ الفيزيائيون رؤية حسنات معالجة كل جزيء كوتر مهتز بدل نقطة. وإن عولجت الإلكترونات والثقوب السوداء فستختفي بشكل إعجازي إلى ما لانهائيات من النسبية العامة وميكانيكا الكم وتختفي على سبيل المثال إعادة تسوية مشاكل كتلة لا محدودة للإلكترون وشحنة لا محدودة. لدى الإلكترون صفري – البعد كتلة لا محدودة وشحنة لا محدودة لأنه فرادة؛ وكلما اقتربت منه اقتربت قياساتك من اللانهاية. وإن كان الإلكترون أنشوطة وتر، لم يعد الجزيء فرادة. ما يعني أن الكتلة والشحنة لا يسيران نحو اللانهاية لأنك لم تعد تمر بغيمة لا محدودة من الجزيئيات كلما اقتربت من الإلكترون. بالإضافة إلى ذلك مع اندماج جزيئين لم يعودا يتقابلان بفرادة مثل نقطة؛ يتشكل سطح مستمر مصقول في مكان - زمان (أنظر الشكل ٥٤، ٥٥).

في نظرية الأوتار تكون جزيئات مختلفة حقاً من النمط نفسه للوتر، وتلتوي بطريقة مختلفة فقط. وكل ما في الكون مصنوع من هذه الأوتار، ويبلغ عرضها (across) 10^{-33} سنتيميتر. ومقارنة مقاس وتر لمقاس نيترون مثل مقارنة مقاس نيوترون لمقاس نظام شمسي. ومن منظور كبر ككبرنا تبدو الأنشوطات نقاطاً لأنها صغيرة جداً. لم يعد مهماً صغر مسافات (وأوقات) أصغر من مقاس الأنشوطات، حيث لا معنى فيزيائياً لها. لقد نُفي الصفر من الكون في نظرية الوتر، ولا يوجد شيء كصفر مسافة أو صفر وقت. وحل هذا الأمر كل مشاكل اللانهاية لميكانيكا الكم.

حل نفي الصفر مشاكل اللانهاية في معادلات النسبية العامة. إن تخيلت ثقباً أسود كوتر، تجد أن الأجسام لم تعد تسقط عبر خزق في نسيج

من مكان – زمان؛ بل تتمدد أنشوطة جزيء باتجاه الخارج، وتقترب من أنشوطة ثقب أسود وتلامسه. حيث تهتز الأنشوطتان، تتمزقان وتشكلان أنشوطة واحدة أثقل بقليل من كتلة ثقب أسود (إذ يعتقد بعض المنظرين (theorists) أن فعل دمج جزيء مع ثقب أسود يخلق جزيئيات غريبة مثل تكيونات (tachyons): جزيئيات بكتلة متخيلة تسافر باتجاه الوراء في الزمن، وتتحرك بسرعة أسرع من سرعة الضوء. وقد تسمح لهكذا جزيئيات بالحركة في صيغ معينة في نظرية الأوتار).

قد تبدو إزالة الصفر من الكون خطوة متطرفة، لكن الأوتار أكثر جاذبية من نقاط. ومن خلال إزالة الصفر تُيسر نظرية الأوتار وطبيعة أمثال الجزيء في ميكانيكا الكم عدم الاستمرارية ، وتعالج الجروح البليغة التي أصابت النسبية العامة جراء الثقوب السوداء. مع هكذا تصحيح لم تعد النظريتان غير متوافقتين، وبدأ الفيزيائيون يعتقدون أن نظرية الأوتار يمكُنها توحيد ميكانيكا الكم مع النسبية، وأنها قد تقود إلى نظرية جاذبية كمومية (theory of quantum gravity) – نظرية كل شيء التي تفسر كل ظاهرة في الكون. وبرغم هذا لدى نظرية الأوتار بعض المشاكل، لسبب وحيد فهي تستلزم ١٠ أبعاد لتعمل.

رؤية أربعة أبعاد صعبة جداً على معظم الناس، فمن السهل رؤية ٣ أبعاد ونستطيع التحرك بها وهي: يمين – يسار، أمام – خلف، فوق – تحت. وأما البُعد الرابع فقد وصل عندما بيّن أينشتاين أن الوقت مشابه لهذه الأبعاد الثلاثة، فنحن نتحرك بشكل ثابت في الوقت كسيارة تسرع على الطريق السريع. وتبيّن نظرية النسبية أنه مثلما نستطيع تغيير سرعتنا على

الطريق السريع يمكننا تغيير النسبة التي نتحرك بها عبر الوقت، وكلما زادت سرعتنا في الفضاء زادت سرعة حركتنا عبر الوقت. ولفهم كون أينشتاين علينا تقبل فكرة أن الوقت بُعد رابع.

أربعة أبعاد مقبولة – لكن ١٠ أبعاد؟ يمكننا قياس ٤ أبعاد، لكن ما الذي يحدث لبقية الأبعاد الستة؟ وفق نظرية الأوتار الأبعاد الستة الباقية متدحرجة مثل كرات صغيرة، صغيرة جداً كي تُرى. عندما تحمل قطعة من ورق تبدو لك ببعدين. لها طول واتساع، ولا يبدو لك أنه لها عمقاً بتاتاً. لكن إذا أخذت مكبراً وحدقت في حافتها، تبدأ برؤية عمقها الصغير جداً. إذاً فأنت بحاجة إلى أداة لمساعدتك على رؤيته، لكن البُعد الثالث الموجود ضئيل جداً لتراه ضمن الظروف الطبيعية. والشيء نفسه صحيح مع هذه الأبعاد الستة الأخرى فهي في الحياة اليومية صغيرة جداً لنراها، وصغيرة جداً لتتبعها حتى مع أقوى الأدوات التي يمكننا أن نصنعها في المستقبل القريب.

فماذا تعني هذه الأبعاد الستة الإضافية؟ تقريباً لا شيء. إنها لا تقيس شيئاً اعتدنا عليه من مثل طول، وعرض، وعمق أو حتى وقت. ببساطة إنها مجرد بناء رياضي يجعل العمليات الرياضية في نظرية الأوتار تعمل بالطريقة التي عليها أن تعمل بها. مثل الأرقام التخيلية، لا نستطيع رؤيتها أو نشعر بها أو نشمها برغم ضرورتها للحسابات. وبرغم أن نظرية الأوتار مفهوم فيزيائي غريب، فهي أيضاً قوة تنبئية للمعادلات التي يهتم بها العلماء، وبرغم شموليتها ستة أبعاد إضافية لا تؤسس لمشكلة لا يمكن تخطيها رياضياً، وربما تكشف قوة ١٠ أبعاد تبدو قليلة اليوم. أدرك الفيزيائيون في السنوات القليلة الماضية أن التنوعات المتنافسة في نظرية الأوتار هي فعلياً،

في معنى ما، الشيء نفسه. وقد أدرك الفيزيائيون حالياً أن هذه النظريات هي ازدواجية (dual) لبعضها، كما أدرك بونسلت (Poncelet) أن الخطوط والنقاط هي ازدواجية لبعضها، ويعتقد العلماء اليوم أنه يوجد نظرية وحشية كامنة في كل هذه النظريات المتنافسة: ما يسمى بـ نظرية – أم ثيوري (M-theory)، التي تعيش بأحد عشر بُعداً لا بعشرة أبعاد.

أوتار (أو نظراؤها الأكثر شيوعاً الأغشية (branes) عبارة تستخدم لأغشية متعددة الأبعاد) وهي أوقات ضئيلة جداً إلى حد أنه ما من أمل لأية آلة أن تكشفها – إلى أن تصبح حاضرتنا أكثر تطوراً بكثير. ينظر فيزيائيو الجزيئيات (particle physicists) إلى عالم فروع الذرة بمسرّعات جزيء (particle accelerators): ويستخدمون حقولاً مغناطيسية أو وسائل أخرى للحصول على جزيئيات صغيرة تتحرك بسرعة كبيرة، وعندما تتصادم هذه الجزيئيات مع بعضها، تطلق أجزاء. وتُعتبر مسرعات جزيء جينها مكبرات لعالمٍ فرعٍ ذري وكلما أضفت إلى هذه الجزيئيات طاقة – قوة مكبر أقوى – يمكنك رؤية الأجسام الأصغر.

مشروع بملايين الدولارات، لم يفكر به أحد حتى أوائل تسعينيات ١٩٠٠، مشروع بـمصادم فائق ذي نواقل فائقة (The Superconducting Super Collider)*، وكان من المفترض أن يكون أقوى مسرّع جزيئيات قد بُني، بأكثر من ١٠٠٠٠ مغناطيس مرتباً داخل حلقة (loops) تقارب الـ٤٥ ميلاً، وهي تقريباً بمقاس الطريق السريع الذي يدور حول واشنطن. هذا ليس بالقوة الكافية لرؤية الأوتار، أو حتى لأي أبعاد؛ فرؤية الأوتار تستلزم مسرّع جزيئيات بنحو ٦٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠ ميل، وإن سافر بسرعة الضوء يأخذ الجزيء ١٠٠٠ سنة لإتمام جولته.

حالياً لا يمكن تخيل آلة تعطي العلماء المقدرة على مراقبة الأوتار بشكل مباشر. ولا يمكن لأحد أن يفكر بتجربة يمكن أن تعطي الفيزيائيين دليلاً على ما إذا كانت الثقوب السوداء والجزيئيات، فعلاً، أوتار. هذا هو الاعتراض الأساسي على نظرية الأوتار، لأن العلم معتمد على المراقبة والتجربة، يحاجج بعض المنتقدين بالقول إن نظرية الأوتار ليست بعلم بل فلسفة (ترتئي مجموعة حالية من النظريات أن بعض هذه الأبعاد المفتولة حول بعضها قد يكون كبرها 10^{-19} أو حتى أكبر، ما يضعها ضمن عالم التجربة. لكن في اللحظة الراهنة تُعتبر هذه النظريات مجرد خدعة؛ أفكار ممتعة لكنها بعيدة الاحتمال في أحسن الأحوال).

أعطى قانون نيوتن للحركة والجاذبية الفيزيائيين تفسيراً لطريقة حركة الكواكب والأجسام في الكون، وكلما اكتشف مذنب جديد أعطى المزيد من الدعم لحسابات نيوتن. لكن ظهرت هناك بعض المشاكل، فعلى سبيل المثال كان مدار عطارد يتذبذب بطريقة لا تتوافق مع ما توقعه نيوتن. لذا كانت نظريات نيوتن بالعموم تُختبر وتُختبر مجدداً، ولا تنجح غالباً.

صححت نظريات أينشتاين أخطاء نيوتن؛ على سبيل المثال فسرت تذبذبات عطارد. إذ قامت هذه النظريات باختبارات تنبئية، أيضاً، حول طريقة عمل الجاذبية. راقب إيدينغتون (Eddington) انحناء ضوء نجم خلال كسوف شمسي مؤكداً هذه التنبؤات.

ومن جهة أخرى، تربط نظرية الأوتار عدداً من النظريات الموجودة مع بعضها بطريقة جميلة، وتقوم بعدد من التنبوءات حول سلوك الثقوب السوداء والجزيئيات، لكن ما من سلوك من هذه السلوكيات يمكن تجربته

أو مراقبته. في الوقت الذي يمكن أن تكون فيه نظرية الأوتار متناسقة رياضياً، جميلة أيضاً، قد لا تكون علماً(١).

في المستقبل المنظور، نفي الصفر من الكون بنظرية الأوتار هو فكرة فلسفية وليست علمية. وقد تكون صحيحة، لكن قد لا نجد أبداً الوسائل لإيجادها. ومع ذلك لم يُنفَ الصفر بعد، ويبدو أنه من خلق الكون.

ساعة الصفر: الانفجار العظيم

يقترح مرقاب هابل وجود وقت يسمى الانفجار العظيم، عندما كان الكون ضئيلاً جداً وكثيفاً إلى اللانهاية. في هكذا ظروف تكسر كل قوانين الفيزياء وبهذا تنتفي إماكنية تنبؤ المستقبل.

(ستيفن هوكينغ: الوجيز في تاريخ الزمن)

STEPHEN HAWKING, *A BRIEF HISTORY OF TIME*

ولد الكون من العدم.

من الفراغ، من لا شيء بتاتاً أتى انفجار محفز خلق كل المادة والطاقة المصنوع منها كل الكون. وشكل هذا الحدث – الانفجار العظيم (the big bang)– فكرة مرعبة للعديد من العلماء والفلاسفة. واستغرق الأمر وقتاً

---

(١) نعم يمكن للرياضيات أن تكون «جميلة» أو «بشعة». كما هو من الصعب وصف ما الذي يجعل من مؤلفة موسيقية، أو لوحة، مسرة جمالياً، بشكل مساو لهذا من الصعب وصف ما الذي يجعل من نظرية رياضية أو فيزيائية جميلة. النظرية الجميلة، بسيطة، موجزة، وإضافية، ستعطي معنى كاملاً، وغالباً ما يكون معنى غريباً للتماثل. نظريات أينشتاين جميلة، كمعادلات ماكسويل. لكن لمعظم الرياضيين، معادلة اكتشفها أولير Euler وهي $e^{i\pi} + 1 = 0$ نموذج لجمال الرياضيات، لأن هذه البساطة المفرطة، والإيجاز تربط كل الأرقام المهمة في الرياضيات بطريقة كلية غير متوقعة.

طويلاً ليتفق علماء الفلك الفيزيائيين (astrophysicists) على أن كوننا محدود – وفعلياً هو كذلك، وله بداية.

التكبّر تجاه كون لا محدود مسألة قديمة. وقد رفض أرسطو خلق الكون من العدم لأنه آمن بأن العدم لا يوجد أبداً. ما تسبب بمفارقة إن لم يكن فيها باستطاعة الكون أن ينبعث من العدم، فلا بد إذاً من أن **شيئاً ما** كان يطفو في المكان قبل ولادة الكون، يجب أن يكون هناك كون قبل ولادة الكون. والاحتمال الوحيد للخروج من هذا المأزق بالنسبة لأرسطو هو افتراض أن الكون أزلي. دائم الوجود في الماضي، وسيبقى موجوداً دائماً.

وعلى الحضارة الغربية ان تختار ما بين أرسطو والكتاب المقدس، الذي يقول: إن الكون المحدود انبعث من الفراغ ويتنبأ بدماره المطلق. وبرغم أن كون الكتاب المقدس السامي قلب الفكر الأرسطي، إلا أن فكرة أزلية كون لا متغير لم تُشطب كلياً، ودامت حتى خلال القرن الـ٢٠، ما قاد أينشتاين إلى ما أسماه أكبر خطأ في مهنته.

يوجد خلل مهم في نظرية أينشتاين النسبية العامة التي تتكهن بنهاية الكون بالنبة لأينشتاين. فالكون غير مستقر وفق معادلات النسبية العامة، وهناك خياران كلاهما كان غير مفرح بشكل متساو.

الاحتمال الأول كما يلي: يمكن للكون أن ينهار تحت جاذبيته. مع صغر الكون أكثر وأكثر يسخن أكثر وأكثر، ويحترق بشكل ساطع بشعاع يدمر كل الحياة، ويدمر الذرات التي تصنع المادة. وبالتالي سيكون الموت حرقاً. وإذ يتقلص الكون على ذاته إلى نقطة صفرية البعد – مثل الثقب الأسود – ويختفي إلى الأبد.

الاحتمال الثاني: كان أكثر إحباطاً إذ يتمدّد الكون إلى الأبد، وتبتعد المجرات عن بعضها، وستصبح أمور النجوم التي تحفز كل طاقات التفاعل في الكون مخلخلة، وقد تحترق النجوم باستنفاذ وقودها، وتصبح المجرات أكثر وأكثر ظُلمة – ومن ثم برد وصمت. البرد، مادة مميته للنجوم قد تتآكل، مخلفة لا شيء سوى مسحة شعاع ينتشر بتساو عبر الكون. وسيكون الكون حساء بارداً لضوء باهت، وسيكون موتاً من البرد.

كانت هذه الأفكار مثل أرسطو مقززة لأينشتاين الذي إفترض بشكل ضمني أن الكون ساكن (static)، وثابت وأزلي، والطريقة الوحيدة للخروج من هذه الأفكار المقززة هي "تصحيح" معادلاته للنسبية العامة لتجنب الدمار الوشيك الحدوث، وقد فعل هذا بإضافة *ثابت كوني* (*cosmological constant*)، وقوة لم تكتشف بعد تجابه قوة الجاذبية. دفع الثابت الكوني يوازن جذب الجاذبية، بدل الانهيار، ويبقى الكون بتوازن مستقر، فلا ينهار ولا يتمدّد. وإفتراض وجود هكذا قوة غامضة ناجم عن حال يأس، عبّر عنه أينشتاين بقوله: «ارتكبت شيئاً ما مجدداً... حول نظرية الجاذبية التي تعرضني لخطر أن أكون في مستشفى الأمراض العقلية»، ولكنه كان قلقاً جداً حول دمار الكون الوشيك الحدوث، ما أجبره على اتخاذ خطوة كهذه. لم يبحث أينشتاين عن أي ملجأ، واقترح أشياء غريبة وكان محقاً كلياً، ولكن هذه المرة لم يكن محظوظاً؛ إذ دمرت النجوم رؤية أينشتاين لحالة سكون الكون وأزليته.

الكون المعروف عام ١٩٠٠ هو درب التبانة (Milky Way) فقط، وكان لدى علماء الفلك فكرة ضئيلة عمّا يقع بعد الغيمة الغبارية الصغيرة من النجوم. وبرغم أنهم حددوا بعض الغيوم الدوامية المتوهجة، فقد كان هناك القليل من المنطق للاعتقاد بأنها ليست سوى غاز متوهج داخل مجرتنا.

تغير كل هذا في عشرينيات عام ١٩٢٠، ويعود الفضل إلى عالم فلك أميركي اسمه ادوين هبل (Edwin Hubble).

لدى نوع محدد من نجم اسمه متغير سيفيدي (Cephied variable) خواص سمحت لهابل أن يقيس المسافة لأجسام بعيدة. يتوهج فيها نبض نجوم متغير سيفيدي ويخفت بطريقة يمكن التنبؤ بها: طريقة نبضها ذات علاقة قريبة لكم تبث من الضوء، فهي أجسام معروفة التوهج، **شموع معيارية** (*standard candles*)، وأصبحت مفتاح هابل، تشبه مصابيح قطار.

إذا شاهدت قطاراً قادماً باتجاهك، ترى أن مصباحه الأمامي يصبح أكثر توهجاً مع اقترابه منك، وإن كنت تعلم كم الضوء الذي يبثه مصباحه، حتى لو كان مصابيح شموع معيارية فيمكنك أن تخبر كم سيبدو توهجها عند أي مسافة معروفة. ومع اقتراب القطار، تبدو مصابيحه أكثر توهجاً، والمنطق نفسه صحيح عند عكسه. إن كنت تعلم كم من الضوء تبث مصابيحه، يمكنك قياس توهجه الظاهر وتحسب بعد القطار عنك.

فعل هابل الشيء نفسه مع نجوم متغير سيفيدي. كانت معظم النجوم التي شاهدها تبعد مئات أو آلاف السنين الضوئية، ولكن عندما شاهد غمزة متغير سيفيدي في هذه الغيوم الدوامية – مجرة المرآة المسلسلة (Andromeda nebula) كما كانت تسمى في حينها – قاس الضوء وقام بحساباته وبينت أن مجرة المرآة المسلسلة كانت على بُعد مليون سنة ضوئية، بعيدة جداً عن حدود مجرتنا. ولم تكن مجرة المرآة المسلسلة غيمة غاز متوهج؛ بل كانت غيمة من النجوم بعيدة جداً تبدو مثل بقعة دهان أكثر من نقاط ضوء فردية. مجرات دوامية أخرى كانت أكثر بعداً. يظن علماء الفلك، حالياً، أن الكون بعرضٍ يقرب ١٥ مليار سنة ضوئية ويتخلله جماعات من المجرات في كل مكان.

كان هذا اكتشافاً مذهلاً، فالكون أكبر بملايين المرات ممّا كان متوقعاً. مع روعة هذه المراقبة لم يكن هذا سبب ذكر هابل ذلك أن اكتشافه الثاني هو ما كسر كون أينشتاين الأزلي.

قاس هابل المسافة إلى مجرة بعد مجرة بنجوم متغير سيفيدي، ولكن سرعان ما بدأ يلاحظ نمطاً نبهه إلى شيء: إذا كانت كل المجرات تهرب بسرعة عالية، منطلقةً بعيداً عن مجرة درب التبانة بسرعة مئات الأميال/ثانية أو أكثر. فالمجرات بعيدة جداً، حتى وهذه السرعة المرتفعة لا يمكن قياسها مباشرة.

استخدام تأثير دوبلر (Doppler effect) كان الطريقة الوحيدة لتوقيت سرعة المجرة، واستخدم المبدأ نفسه في رادار قياس سرعة السيارات. ربما أنه لحسن الحظ مع اقتراب القطار تتغير صفارته، مع اقترابه منك تكون صفاراته مرتفعة، وعندما يبعد عنك تنخفض صفاراته فجأة. يحدث هذا لأن حركة القطار تحطم موجات الصوت الواقعة أمامها (تولد تردداً أعلى، صوت صفارة أعلى) وتمدد الموجة خلفها (مولدة تردداً أدنى، وصوت صفارة أدنى) (أنظر الشكل ٥٦). هذا هو تأثير دوبلر، ويعمل مع الضوء أيضاً. وإن كان نجم يسير باتجاه الأرض يتحطم الضوء ويكون لديه تردد أعلى من الطبيعي، وينزاح باتجاه نهاية اللون الأزرق في الطيف، **انزياح زرقاوي** (*blueshifted*). يحدث العكس فإن ابتعد النجم، تمدد الضوء وأصبح **انزياحاً حمراوياً** (*redshifted*).

تستطيع الشرطة تخمين سرعة سير السيارة باختبار كم من الضوء انزاح – بصيغة موجات راديو – بانعكاسه عن السيارة المسرعة. ويستطيع

علماء الفلك، بالطريقة نفسها، استنتاج سرعة تحرك النجم بالنظر إلى كم انزاح طيف ضوء نجم – باتجاهنا أو بعيداً عنا.

ركب هابل معلومات المسافة مع معلومات سرعة دوبلر ووجد شيئاً صادماً. لم تكن المجرات تبتعد عنا مسرعة في كل الاتجاهات فقط، بل كلما ابتعدت المجرات ازدادت سرعة ابتعادها.

كيف لهذا أن يكون؟ تخيل بالوناً منقطاً، والنقط مثل المجرات، والبالون نسيج مكان – وقت. مع انتفاخ البالون تبتعد النقط أكثر وأكثر عن بعضها. ومن منظور أي نقطة تبتعد مسرعة كل بقية النقط ، والنقط الأبعد تبتعد أسرع من النقط القريبة (أنظر الشكل ٥٧). يبدو أن الكون يتمدد مثل البالون (والمماثلة مع البالون لها خلل واحد هو أن المجرات تبقى متماسكة بجاذبيتها بالمقاس نفسه تقريباً وليس مثل النقط التي تكبر مع تمدد البالون، حيث تبقى المجرات تقريباً بالمقاس نفسه متماسكة بجاذبيتها).

يتمدد ويتمدد الكون مع تقدم الوقت. لننظر إلى المسألة بطريقة أخرى، إن كان لديك فيلم عن تاريخ الكون، وتعرضه بالعكس، أي من النهاية إلى البداية، فسترى أن الكون يتقلص ويتقلص. يذبل البالون ويضمحل في نقطة ما، ويصغر ويصغر ومن ثم يختفي كنقطة – فرادة في بداية الوقت والمكان. هذا هو الصفر الأولي، ولادة الكون: الانفجار العظيم. انفجار عنيف خلق الكون. انبثقت من هذه الفرادة كل مادة الكون وطاقته خالقة كل المجرات، والنجوم، والكواكب التي تواجدت – وسوف تبقى – متواجدة. وللكون بدايةُ ومنذ ما يقرب من خمسة عشر مليار سنة مضت، والمكان منذ حينها يتمدد، وبذلك ماتت آمال أينشتاين بسكون الكون وأزليته.

تبقّى وميض أمل بديل للانفجار العظيم: نظرية حال – ثبات (steady-state theory). يقترح بعض علماء الفلك أنه كان هناك نوافير لفظت مادة، ومجرات ابتعدت عن هذه النوافير، وهي تشيخ وتموت. وبرغم أن المجرات تبتعد وتموت، لكن الكون بكليته لا يتغير أبداً. فهو دائماً يتوازن ويعوض نفسه بشكل ثابت ما يعني أن كون أرسطو الأزلي ما زال حياً.

عاشت كل من نظرية الانفجار العظيم ونظرية حال – ثبات جنباً إلى جنب فترة من الزمن، ومثلتا خيارين لعلماء الفلك كل وفق فلسفته. تغير الوضع كلياً في منتصف ستينيات ١٩٦٠. قتلت نظرية حال – ثبات بواسطة خطأ علماء بفضلات حمامة.

أخذ عدة علماء فلك فيزيائيين، بجامعة برينسون (Princeton University) عام ١٩٦٥، يحسبون ما حدث تماماً بعد الانفجار العظيم. إذ على الكون بكليته أن يكون ساخناً إلى درجة غير معقولة وكثيفاً ومتوهجاً بضوء لامع. لم يكن لهذا الضوء أن يختفي مع تمدد بالون الكون، بل بدل هذا تمدد الضوء مع تمدد النسيج المطاطي للمكان – زمان. أدرك لاحقاً فيزيائيو برينستون بعد إجراء قليل من الحسابات، أن هذا الضوء قد يوجد بمنطقة الموجات القصيرة (microwave region) من الطيف، وعليه أن يأتي من كل الاتجاهات، وكان **إشعاع الخلفية الكونية** (*the cosmic background radiation*) شفق الانفجار العظيم الذي أعطى أول دليل للفيزيائيين على أن الاتفجار العظيم كان صحيحاً وحال – ثبات كانت خاطئة.

لم يكن على علماء برينستون أن ينتظروا طويلاً لتأكيد تنبؤاتهم. فهناك في مختبرات بل (Bell Labs)، قرب مارلي هيلز في نيوجرسي، مهندسان يختبران

حساسية جهاز كشف موجات قصيرة. ورغم كل محاولاتها لإصلاح الجهاز لم يكن في استطاعتهما أن يجعلا الجهاز يعمل بشكل سليم؛ فقد كان هناك صوت هسهسة في خلفية الموجات القصيرة – مثل تشويش على برنامج إذاعي – لم يستطيعا التخلص منه. في البدء لاما الحمامات لتغوطها على هوائي الجهاز، لكن بعد طرد الطيور وتنظيف الهوائي من مخلفاتها، بقيت الهسهسة. حاولا تجربة كل ما خطر ببالهما من أفكار لإصلاح الجهاز للتخلص من الهسهسة، لكنهما فشلا. وبعد أن سمع المهندسان بعمل مجموع برينستون أدركا أنهما وجدا إشعاع الخلفية الكونية، ولم تكن الهسهسة مخلفات حمام؛ بل صراخُ الضوء من الانفجار العظيم متمدداً ومشوهاً في هسهسة (نال المهندسان ارنو بنزياس (Arno Penzias) وروبرت ويلسون (Robert Wilson) جائزة نوبل على اكتشافهما، ولم يحصل فيزيائيو برينستون لا سيما ب . جي. اي (P. J. E Jim Peebles) على شيء – مسألة عادلة برأي العديد من العلماء، لأن هيئة نوبل تنزع لمكافأة تجارب مثابرة ودقيقة أكثر من نظريات مهمة).

حُدد الانفجار العظيم، وماتت خرافة ثبات الكون. وبرغم عدم جاذبية فكرة أن الكون لا محدود، لكن بدأ الفيزيائيون تدريجياً بقبول الانفجار العظيم، واتفقوا على أن للكون بداية. مع هذا بقي هناك مشاكل في النظرية. مشاكل بسبب وحيد: هو أن الكون وعر نوعاً ما. عُقدٌ من مجرات كثيفة منتشرة بالفراغ الكبير، وفي الوقت عينه ليس الكون وعراً جداً بل يبدو متشابهاً تقريباً في كل الاتجاهات؛ لذا لا تنتهي كل المادة في كرة ضخمة. إذا كان للكون أن يأتي من فرادة، مع كل احتمالات أن الطاقة من الانفجار العظيم فعليها أن تغطي كل البالون بتساو، أو تنتهي بكتلة واحدة

كبيرة. على البالون أن يُظلل بشكل متساو أو يكون لديه بقعة واحدة ضخمة، بدل أن يكون منقطاً. شيء ما يجب أن يؤخذ بالحسبان لتلك الكمية الصحيحة من التجعدات. ما زال هناك مشاكل أخرى: من أين أتت فرادة الانفجار العظيم؟ الصفر يحمل السر.

ربما يُفسر صفر الفراغ تجعدات الكون، كون الفراغ في كل مكان في الكون مليء برغوة كمومية من الجزيئيات الواقعية، ونسيج الكون مملوء بلا محدود من نقطة صفر – طاقة. ضمن الظروف الصحيحة باستطاعة هذه الطاقة أن تدفع الأجسام، وفي بدايات الكون ربما دُفعت الأجسام عن بعضها.

افترض الفيزيائيون في ثمانينيات القرن العشرين أن نقطة صفر – طاقة في بدايات الكون هي أكبر ممّا هي عليه اليوم. تحاول هذه الطاقة الإضافية أن تتمدد في كل الاتجاهات دافعة نسيج كل من المكان والزمان نحو الخارج بسرعة كبيرة، مضخمة البالون بقوة هائلة صاقلة تجاعيده بالطريقة عينها التي تصقل بها نفخات الهواء تجاعيد بالون، وهذا تفسير لماذا الكون إلى حد ما مصقول؟ لكن فراغ اللحظات الأولى كان فراغاً زائفاً؛ ونقطة صفر – طاقة التي لديه كانت كبيرة إلى حد غير طبيعيي، ما يجعل ارتفاع حال الطاقة إلى نقطة صفر – طاقة غير مستقرة من هذه النقطة، وبسرعة أقل من مليون من مليون من مليون من مليون من الثانية – ينهار الفراغ الزائف، ويعود إلى فراغ حقيقي بنقطة صفر – طاقة التي نراقبها يومياً في كوننا، مثلها مثل ركوة ماء سُخنت بلحظة إلى درجة مرتفعة جداً، حيث يمكن لفقاعات صغيرة من فراغ «حقيقي» أن تُشكل وتتمدد بسرعة الضوء. إن كوننا المراقب يجلس في إحدى هذه الفقاعات – أو في عدد منها ارتبطت مع بعضها. وبذلك

يمكن أن يُفسر عدم تناسق الكون بطبيعة عدم تماثل هذه الفقاعات المتمددة التي تشكلت واندمجت. وفق نظرية التضخم (theory of inflation) نقطة طاقة – صفر لا صفرية خلقت النجوم والمجرات.

ربما يحمل الصفر أيضاً سر ما الذي خلق الكون؟ كما يخلق عدم الفراغ ونقطة طاقة – صفر جزيئيات يمكنهما أيضاً أن يخلقا الكون. ربما يُفسر زبد الرغوة الكمومية، والولادة والموت الفوري للجزيئات أصل الكون. قد يكون الكون مجرد تقلبات كمومية على مقياس كبير – جزيء فردي كبير أتى إلى الوجود من الفراغ الأقصى. قد تنفجر هذه البيضة الكونية، تتضخم وتخلق مكان – زمان كوننا. قد يكون كوننا، ببساطة، أحد تلك التقلبات المتعددة. يعتقد بعض الفيزيائيين بأن الفرادات في لب الثقوب السوداء نوافذ على أصل رغوة كمومية قبل الانفجار العظيم – وزبد الرغوة في لب الثقب الأسود، حيث لا معنى للمكان ولا معنى للزمان، يخلق بشكل ثابت عدداً لا محدوداً من الأكوان الجديدة بفقاعات تتمدد وتخلق نجومها ومجراتها. قد يحمل الصفر سرَّ وجودنا – وسرَّ وجود عدد لا محدود من الأكوان الأخرى.

الصفر قوي جداً لأنه أقلق قوانين الفيزياء فعند الساعة صفر للانفجار العظيم وأرض الصفر للثقب الأسود تصبح المعادلات الرياضية التي تصف عالمنا بلا معنى. ولا يمكن فيها تجاهل الصفر. ولا يحمل الصفر سر وجودنا فقط، بل سيكون مسؤولاً عن نهاية الكون أيضاً.

فصل ∞
نصر نهائي للصفر
نهاية الزمن

هكذا ينتهي الكون ليس بانفجار بل بأنين

في حين يحاول بعض الفيزيائيين إلغاء الصفر من معادلاتهم يحاول بعضهم الآخر أن يبيّن أن الصفر من يضحك أخيراً. وبرغم أن العلماء قد لا يكتشفون أبداً أسرار ولادة الكون، إلاّ أنهم على حافة فهم موته، فالقدر النهائي للكون يكمن في صفر.

لا تسمح معادلات الجاذبية لأينشتاين بوجود كون ساكن وغير متغير؛ بل تسمح لأكثر من مصير للكون اعتماداً على كتلته. في حال كون خفيف، يمكن لبالون مكان – زمن أن يتمدد إلى الأبد يكبر ويكبر، ويمكن للنجوم والمجرات أن تنطفىء واحدة تلو الأخرى. يزداد برودة ويموت **موتاً حرارياً.** إذا كان هناك كتلة كافية من مجرات ومجموعات مجرات، ومادة سوداء غير مرئية فلن تكون الدفعة الأولى من الانفجار العظيم كافية للسماح للبالون أن يتضخم إلى الأبد، وتنسحب المجرات إلى بعضها ساحبة

معها نسيج مكان – زمن إلى بعضه، ويبدأ البالون بالتقلص. وقد يُسرع تقلص الكون أكثر ويزاد سخونة فأكثر وينتهي بانفجار عظيم عكسي، **التحطم العظيم (*the big crunch*)**. أيهما سيكون مصيرنا؟ تحطم عظيم أم موت حراري؟ الإجابة جاهزة.

عندما يحدق علماء الفلك بمجرة بعيدة، فهم ينظرون إلى الوقت عائداً إلى الخلف. قد تكون مجرة قريبة على بعد مليون سنة ضوئية، إن غادرتها حزمة من الضوء فستأخذ مليون سنة لتقوم برحلتها إلى الأرض؛ فالضوء الذي وصلنا الآن غادر منذ مليون سنة مضت. وكلما بَعدت الأجسام التي ينظر إليها علماء الفلك عادت في الوقت إلى الخلف بشكل أسرع.

يتوقف مصير الكون على مدى حسن تمدّد بالوننا للمكان – زمن. فإن كان التمدد يتباطأ بسرعة، فهذه علامة جيدة لأن الطاقة من الانفجار العظيم قد أنفقت، تقريباً؛ ويسير كوننا إلى تحطم عظيم. من ناحية أخرى إن كان تمدُّد الكون غير متباطىء كثيراً فقد تعطي طاقة الانفجار العظيم نسيج مكان – زمن دفعة كافية ليتمدد إلى الأبد.

بدأ علماء الفلك بقياس التغير في تمدد الكون. نوع محدد من المستعر الأعظم (supernova) (نجم منفجر) يسمى نوع Ia، شمعة معيارية مثل نجوم سيفيري عند هابل. ينفجر مستعر أعظم لـ Ia تقريباً بالطريقة نفسها واللمعان نفسه، لكن ليس مثل بهتان ضوء نجوم سيفير عند هابل، فالمستعر الأعظم مرئي في منتصف الطريق عبر الكون.

أعلن علماء الفلك في منتصف عام ١٩٩٧ أنهم استخدموا مستعراً أعظم لقياس المسافة بين بعض المجرات الباهتة والقديمة حيث المسافة إلى

المجرة تبين عمرها وانزياحها الدوبلري يبيّن سرعتها. وعند مقارنة سرعة المجرات في عصور مختلفة من الماضي يستطيع علماء الفلك تتبع سرعة تمدد مكان – زمان، كانت الإجابة التي حصلوا عليها غريبة.

تمدُّد الكون لا يتباطأ؛ بل ربما يتسارع. وتفيد معلومات مستعر أعظم أن الكون يكبر ويكبر ويكبر بشكل أسرع وأسرع وأسرع. إن كان هذا هو المقياس إذاً، هناك فرصة ضئيلة لتحطم عظيم، لأن هناك شيئاً ما يعارض قوة الجاذبية. وهنا يتحدث الفيزيائيون مرة جديدة عن ثابت كوني هو العبارة الغامضة التي أضافها أينشتاين في معادلاته لتوازن دفع الجاذبية، وبالتالي الخطأ الفاضح الأكبر عند أينشتاين لم يعد خطأ فاضحاً.

مرة أخرى القوة الغامضة قد تكون قوة الفراغ، وهيجان الجزيئيات الصغيرة عبر مكان - زمن ينفِّذ دفعة ناعمة باتجاه الخارج ممدّدة بتدرج نسيج مكان – زمن. وعبر ملايين السنين يُجمع هذا التمدد، والكون يتضخم أسرع وأسرع. ما يعني أنه لن يكون مصير كوننا تصادماً عظيماً؛ بل تمدداً أبدياً، برودة، وموتاً ساخناً وشكراً لنقطة صفر – طاقة، وللصفر في معادلات ميكانيكا الكم التي تشربت فكرة الفراغ اللانهاية من الجزيئيات.

سيبقى علماء الفلك حذرين، فنتائج المستعر الأعظم ما زالت أولية، لكنهم يزدادون متانة مع كل مراقبة. تدعم دراسات أخرى تحلل الغاز أو عدد عدسات الجاذبية (gravitational lenses) في حقل معطى من النظر، نتائج المستعر الأعظم، مفيدة أن الكون سوف يتمدد إلى الأبد. وسيموت الكون ميتة باردة لا ساخنة.

الإجابة الجليد لا النار والشكر لقوة الصفر.

إن اكتشفنا نظرية كاملة، عليها أن تكون مفهومة للجميع بخطوطها العريضة لا لحفنة من العلماء فقط. وعلينا جميعاً؛ فلاسفة وعلماء واناساً عاديين أن نأخذ دورنا في نقاش السؤال: لماذا نوجد مع الكون؟ وإن استطعنا الإجابة عن هذا يكون الانتصار النهائي للمنطق البشري – لمعرفتنا عقل الله.

(ستيفن هوكينغ)

STEPHEN HAWKING

يختبيء الصفر خلف الألغاز الكبيرة للفيزياء، فالكثافة اللامحدودة للثقب الأسود هي القسمة على صفر، وخلق الانفجار العظيم من العدم هو القسمة على صفر، وكذلك الطاقة اللامحدودة للفراغ هي القسمة على صفر. وكما القسمة على صفر تحطم نسيج الرياضيات وإطار عمل المنطق – وتهدد بتفجير كل قواعد العلم.

في أيام فيثاغوراس، قبل عصر الصفر، ساد حكم المنطق الخالص (pure logic)، وكان الكون ممكن التنبؤ ومنتظماً؛ حيث بُني على أرقام كسرية، وأفاد ضمناً وجود الله. وكانت مفارقة الصفر المسببة للمشاكل قد فُسرت بعيداً من خلال نفي اللانهاية والصفر من عالم الأرقام.

مع الثورة العلمية فسح عالم المنطق الخالص الطريق لعالم تجريبي معتمد على المراقبة بدل الفلسفة، وكان على نيوتن ليفسر قوانين الكون أن يتجاهل اللامنطق في حساباته – بسبب القسمة على صفر.

مع تمكن الرياضيين والفيزيائيين من تخطي مشكلة القسمة على صفر في حساب التفاضل والتكامل ووضعه مجدداً في إطار المنطق، عاد الصفر إلى معادلات ميكانيكا الكم والنسبية العامة، ومجدداً، تلوث العلم باللامحدود. وفشل المنطق عند أصفار الكون، وتشرذمت النظرية الكمومية والنسبية. ولحل المشكلة خطط العلماء مرة أخرى لنفي الصفر وتوحيد القواعد التي تحكم الكون.

إن نجح العلماء في هذا فسيفهمون قوانين الكون، قد نعرف القوانين الفيزيائية التي تحكم كل شيء إلى أطراف المكان والزمان، منذ بدايته حتى نهايته، وقد يفهم البشر نزوة الكون التي خلقت الانفجار العظيم، وقد نفهم عقل الله، لكن هذه المرة لن يكون من السهل هزيمة الصفر.

حتى الآن كل النظريات التي توحد ميكانيكا الكم والنسبية العامة، التي تصف مراكز الثقوب السوداء وتُفسر فرادة الانفجار الكبير مبعدة عن التجربة التي قد يكون من المستحيل تحديد أي منها صحيح وأي منها غير صحيح. قد تكون حجج منظري نظرية الأوتار وعلماء الفلك دقيقة رياضياً وقد تكون، في الوقت نفسه، عديمة الفائدة مثل فلسفة فيثاغوراس. قد تكون نظرياتهم الرياضية جميلة ومتناسقة وقد تبدو مفسرة لطبيعة الكون – وربما تكون مغلوطة تماماً.

كل ما يعرفه العلماء هو أن الكون ولد من لا شيء، وسيعود إلى لا شيء من حيث أتى.

يبدأ الكون مع الصفر وينتهي به.

الملحق A
حيوان خضار أو وزير؟

كل من a وb يساويان 1. كون a وb متساويان

$b^2 = ab$ **(**المعادلة ١**)**

كون a تساوي نفسها من الواضح ان

$a^2 = a^2$ **(**المعادلة ٢**)**

اطرح المعادلة ١ من المعادلة ٢ نحصل على

$a^2 - b^2 = a^2 - ab$ **(**المعادلة ٣**)**

يمكن أن يشكل معامل **(**factor**)** طرفي المعادلة: $a^2 - ab$ يساوي $a(a-b)$. بطريقة مماثلة.

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ **(**ما من حيلة هنا؛ إنه حقيقة تماماً، لتتأكد ضع أرقاماً في المعادلة**)**. نعوض في المعادلة ٣ فنحصل على

$(a + b)(a - b) = a(a - b)$ **(**المعادلة ٤**)**

حتى الآن تسير الأمور بشكل جيد. الآن اقسم طرفي المعادلة على $(a - b)$ فنحصل على

$a + b = a$ **(المعادلة ٥)**

اطرح a من طرفي المعادلة تحصل على

$b = 0$ **(المعادلة ٦)**

لكننا في البداية كنا وضعنا $b = 1$ لهذا البرهان، ما يعني أن

$1 = 0$ **(المعادلة ٧)**

نتيجة مهمة، لنذهب إلى أبعد من هذا. نعلم أن لدى وينستون تشرشل رأساً واحداً، ولكن $1 = 0$ بالمعادلة ٧ يعني أنه لم يكن لدى وينستون تشرشل رأس. وبشكل مماثل قسم تشرشل العلوي كان ٠ مغطى بورق الشجر، لذا لديه ١ قسم علوي مغطى بالشجر. اضرب طرفي المعادلة ٧ برقم ٢ تحصل على

$2 = 0$ **(المعادلة ٨)**

لدى تشرشل قدمان، لذا ليس لديه أقدام. لدى تشرشل ذراعان، لذا ليس لديه أذرع، والآن اضرب المعادلة ٧ بمقاس خصر تشرشل بالبوصة تحصل على

مقاس خصر تشرشل **= ٠** **(المعادلة ٩)**

هذا يعني أن وينستون تشرشل تقلص إلى نقطة. الآن ما لون تشرشل؟ لنأخذ أية حزمة ضوء آتية منه ونختار فوتون. نضرب المعادلة ٧ بطول الموجة فنحصل على

طول موجة فوتون تشرشل **= ٠** **(المعادلة ١٠)**

لكن ضرب المعادلة ٧ بـ٦٤٠ نانومتر (nanometers) نحصل على

٦٤٠ = ٠ (المعادلة ١١)

جمع المعادلتين ١٠ و ١١ نحصل على طول موجة فوتون تشرشل = ٦٤٠ نانومتر

ما يعني أن هذا الفوتون – أو أي فوتون آخر آتٍ من تشرشل – يكون برتقالياً. لذا وينستون تشرشل ظِلٌّ لامع للبرتقالي.

أثبتنا، رياضياً، انه لم يكن لدى تشرشل أذرع ولا أرجل، وبدل الرأس لديه قمة مغطاة بورق الشجر وتقلص إلى نقطة، وهو برتقالي لامع. بوضوح تشرشل جزرة (هناك طريقة أسهل للقيام بهذا. أضف ١ لطرفي المعادلة ٧ تحصل على المعادلة التالية

٢ = ١

أي إن تشرشل والجزرة شيئان مختلفان لذا هما شيء واحد. لكن هذا غير مرضٍ تماماً).

ما الخطأ في هذا البرهان؟ هناك خطوة واحدة فقط معيبة، وهي عندما ذهبنا من المعادلة ٤ إلى المعادلة ٥. قسمنا على $a-b$ ؛ لكن كون كل من a وb يساوي ١

$$a-b = 1 - 1 = 0$$

لقد قسمنا على صفر، وحصلنا على نتيجة سخيفة تفيد أن ١ = ٠ . من هناك يمكن أن نثبت أي عبارة في الكون، ما إذا كانت صحيحة أم لا. لقد تفجر في وجهنا كل الإطار الرياضي.

استخدمه بحكمة؛ فللصفر قوة تدمر المنطق.

الملحق B
النسبة الذهبية

قسم خطاً إلى جزأين تكون فيه نسبة القسم الأصغر إلى الأكبر تساوي نسبة القسم الأكبر لكامل الخط. من أجل التبسيط، لنقل: إن القسم الأصغر يساوي طوله قدماً واحداً.

إن كان طول القسم الأصغر الأصغر ١ قدم، وطول الأكبر x قدم فطول كامل الخط يكون $1 + x$ قدم. لنضع علاقتنا في الجبر نجد أن نسبة الأصغر إلى الأكبر هي

$$1/x$$

بينما نسبة الأكبر إلى كامل الخط هي

$$x/(1 + x)$$

كون نسبة الأصغر إلى الأكبر تساوي نسبة الأكبر إلى كامل الخط، يمكن أن نضع النسبتين لتساوي كل منهما الأخرى ما يعطي المعادلة التالية

$$x/(1 + x) = 1/x$$

نتأمل في حل المعادلة نجد x، هي التي تمثل النسبة الذهبية. والخطوة الأولى: نضرب طرفي المعادلة بـ x ما يعطينا

$x^2/(1 + x) = 1$

ومن ثم نضرب بـ $(x + 1)$ يعطينا المعادلة التالية

$x^2 = 1 + x$

نطرح $x + 1$ من طرفي المعادلة نحصل على

$x^2 - x - 1 = 0$

يمكننا الآن حل المعادلة التربيعية فنحصل على حلين:

$\sqrt{5}$ (1 +)/2 $\sqrt{5}$)/2 and (1 -

فقط الإجابة الأولى بقيمة تقارب 1.618 هي الإيجابية، وهي القيمة الوحيدة المنطقية لليونان. لذا النسبة الذهبية تقريباً 1,618

الملحق C

التعريف الحديث للمشتق

يقف حالياً المشتق (the derivative) على أرض منطقية ثابتة، لأننا عرفناه بعبارات الحد. التعريف الرسمي لمشتق دالة $f(x)$ [ونرمز له بـ $f'(x)$]

$f'(x) = \text{lim of } [\ f'(x + \varepsilon) - f(x)]$

ε

ε يسعى إلى ٠ في limit قسمة ε

لنرى كيف لهذا أن يتخلص من حيلة نيوتن القذرة، نبحث في الدالة التي استعملناها لنبين مشتقة نيوتن

$f\ (x) = x^2 + x + 1$

مشتقة هذه الدالة تساوي

$f(x) = \text{lim of } [(x + \varepsilon)^2 + x + \varepsilon + 1 - (x^2 + x + 1)]$

ε

يسعى ε في limit إلى ٠

بالضرب نحصل على

$f'(x)$ = limit of $[x^2 + 2\varepsilon x + \varepsilon 2 + x + \varepsilon + 1 - x^2 - x - 1]$

ε

يسعى ε في limit إلى ٠

تلغي x^2 الـ $-x^2$ و x تلغي $-x$ و١ يلغي 1- ونبقى مع

$f'(x)$ = limit of $[2\varepsilon x + \varepsilon + \varepsilon^2]$

ε

يسعى ε limit باتجاه ٠

نقسم عبر ε تذكر أن ε ليس ٠ لأننا لم نأخذ بعد limit فنحصل على

$f'(x)$ = limit of $2x + 1 + \varepsilon$

يسعى ε limit باتجاه ٠

الآن نأخذ limit وندع ε يقترب من ٠ فنحصل على

$f'(x) = 2x + 1 + 0 = 2x + 1$

الجواب الذي نتمناه.

مجرد تغيير بسيط في التفكير، لكنه ذو تأثير بالغ.

الملحق D
كانتور يحصر الأرقام الكسرية

لتبيان أن الأرقام الكسرية تساوي حجم كل الأرقام الطبيعية، كل ما على كانتور فعله هو الإتيان بنمط إجلاس ذكي. وهذا فعلاً ما فعله.

كما تذكر الأرقام الكسرية هي مجموعة الأرقام التي يمكن أن يعبر عنها بـ a/b لبعض الأرقام a و b (بالتأكيد b ليس ٠) لنأخذ بداية الأرقام الكسرية الموجبة.

تخيل شبكةً من الأرقام – خطي أرقام يتقاطعان عند ٠ مثل نظام الإحداثيات الديكارتية. لنضع ٠ في نقطة التقاطع، وعند كل نقطة أخرى على الشبكة نشركها برقم x/y حيث x تمثل نقطة احداثيات x و y تمثل إحداثيات y. كون خط الأرقام يذهب اللانهاية فإن كل إحداثي إيجابي على محور x و y له موقع على الشبكة (أنظر الشكل ٥٨).

لنخلق الآن جدول مقاعد للأرقام الكسرية الإيجابية. للمقعد ١، لنبدأ من ٠ على الشبكة. ومن ثم نتحرك إلى 1/1 : وهذا المقعد ٢. ومن ثم نتجول إلى ½: مقعد ٣. ومن ثم إلى 2/1 (بالتأكيد الشيء نفسه كرقم ـ٢): مقعد ٤. ومن ثم إلى 3/1: مقعد ٥. يمكننا التجوال مجيئاً وذهاباً على طول الشبكة، ونعد الأرقام بتجوالنا. أمر يُنتج جدول مقاعد:

رقم كسري	مقعد
0	1
1	2
1/2	3
2	4
3	5
1	6
1/3	7
1/4	8
2/3	9
إلخ	إلخ

في النهاية لكل رقم مقعده، بينما فعلياً بعضها يجلس على مقعدين. من السهل إلغاء المكرر – فقط اقفز فوقها عند صياغة جدول المقاعد. الخطوة الثانية تكون ضِعف الجدول، بإضافة الأرقام الكسرية السالبة بعد مطابقتها بالكسرية الإيجابية. هذا ما يعطينا جدول مقاعد على الشكل التالي:

رقم كسري	مقعد
0	1
1	2
-1	3
½	4

5	-1/2
6	2
7	-2
8	3
9	-3
إلخ	إلخ

الآن لكل الأرقام الكسرية - إيجابية وسالبة وصفر – مقعد. لأنه لم يترك أي أحد منها واقفاً بلا مقعد له، ممّا يعني أن الأرقام الكسرية بحجمها هي بحجم أرقام العد* (counting numbers).

الملحق E
اصنع ثقبك الدودي: آلة الزمن

عملية سهلة، فقط اتبع الخطوات الـ٤ التالية:

الخطوة الأولى: ابنِ ثقباً دودياً صغيراً في أحد طرفي البناء، وكلا نقطتي النهاية تكون في النقطة عينها من الزمن.

الخطوة الثانية: صل إحدى نهايتي الثقب الدودي بشيء ثقيل جداً، والنهاية الأخرى بمكوك فضائي يسير بسرعة ٩٠% من سرعة الضوء. كل سنة بالنسبة للمكوك تساوي 2.3 سنة على الأرض: فالساعتان على طرفي الثقب الدودي تسيران بسرعات مختلفة.

الخطوة الثالثة: انتظر لحظة. بعد ٤٦ سنة بتوقيت الأرض احضر الثقب الدودي للكوكب. يمكن للسفر عبر الثقب الدودي أن يأخذك من سنة ٢٠٤٦ على الأرض إلى سنة ٢٠٢٠ على كوكب زيلوكس* أو العكس.

الخطوة الرابعة: لو كنت ذكياً لبدأت مسبقاً بالتخطيط وسترسل رسالة للقيام بهذه المهمة. ولكنت أرسلت رسالة إلى

زيلوكس قبل أن تبدأ التحضير، وبالتالي يقوم مكوك من زيلوكس بالعملية عينها بشكل معاكس، ليكن العمل في سنة ١٩٧٤ **(على توقيت زيلوكس)** حينها في سنة ٢٠٢٠ **(على توقيت زيلوكس)** يمكن للثقب الدودي الآخر أن ينقلك إلى الأرض سنة ١٩٩٤ **(على توقيت الأرض).** وإن استخدمت كلا الثقبين الدوديين يمكنك القفز من سنة ٢٠٤٦ **(على توقيت الأرض)** إلى سنة ٢٠٢٠ **(على توقيت زيلوكس)** إلى سنة ١٩٩٤ **(على توقيت الأرض):** لقد سافرت عودة بالزمن أكثر من نصف قرن.

المترجم

* paradox: مفارقة: وتعني عبارة موهمة بالتناقض. عبارة متناقضة ظاهرياً أو مناقضة للعقل ومع ذلك فإنها قد تكون صحيحة.

* paleontology: دراسة الحياة في العصور الجيولوجية الماضية معتمدين على الأحافير المتضمنة على آثار الكائنات الحية المحفوظة في طبقات الأرض. المرجع الموسوعة البريطانية.

* ذات العقد (quipu) حبل وعقد صغيرة مختلفة الألوان لتسجيل الحسابات.

* digit: رمز يستخدم لكتابة الارقام ٩،٨،٧،٦،٥،٤،٣،٢،١،٠ وتعرف باللغة الانكليزية بـ (digit) التي تستخدم يوميا في عملية الترقيم. اما الرقم (number) ١٥٣ فهو مؤلف من ثلاثة «دجيتس» (رموز) وهي ١، و٥، و٣).

* أوجه «الغروتسك» (grotesque faces): الغروتسك: قطعة من الفن الزخرفي تتميز بأشكال بشرية وحيوانية غريبة أو خيالية متناسجة عادة مع رسوم أوراق نباتية أو نحوها مما يحيل كل ما هو طبيعي إلى بشاعة أو إحالة أو كاريكاتور.

* أسطورة «نورس» (Norse): أسطورة إسكندفاية تمثل أساس معتقدات وأساطير القبائل الجرمانية الشمالية.

* «هيباسس» (Hippasus of Metapontum): Metapontum مدينة في إيطاليا. هيباسس فيلسوف كان من أوائل من اتبع فيثاغورس وترافق مع أرسطو. اعتقد هيباسس أن النار أول عنصر في الكون. يقال إنه أُغرق بعد أن كشف السر الرياضي لجماعة الفيثاغوريين.

* المسطرة المعدلة (straightedge) قطعة من معدن أو خشب ذات جانب واحد على الأقل مستقيم إلى حد دقيق، تستخدم لاختبار استقامة الخطوط والسطوح أو لرسم الخطوط المستقيمة.

* Manichaean heresy المانوية - أو المنانية: ديانة تنسب إلى ماني المولود في عام ٢١٦ في بابل، والذي ظهر في زمان شابور بن أردشير، وقتله بهرام بن هرمز بن شابور.

* yin & yang: علامة الين واليانغ ترمز لكيفية عمل الأشياء في العلم الصيني القديم الدائرة الخارجية تمثل «كل شيء»، بينما الشكلان الأبيض والأسود داخل الدائرة يمثلان التداخل بين طاقتين متضادتين، طاقة الين «الأسود» وطاقة اليانغ «الأبيض» الطاقتان المؤديتان لحدوث أي شيء في الحياة.

* الزرادشتية وتعرف بالمجوسية: ديانة إيرانية قديمة وفلسفة دينية آسيوية. كانت الدين الرسمي للإمبراطوريات الإخمينية، والبارثية، والساسانية.

* kabbalism القبالة أو القبلانية: اعتقادات وشروحات روحانية فلسفية تفسر الحياة والكون والربانيات. بدأت عند اليهود وبقيت حكراً عليهم لقرون طويلة حتى أتى فلاسفة غربيون وطبقوا مبادئها على الثقافة الغربية فيما يسمى «العصر الجديد».

* Charlemange reign شارلمان (بالفرنسية)، أو كارل الكبير (بالألمانية) وأطلق عليه العرب قارله (٧٤٢-٨١٤): ملك الإفرنج وحكم بين عامي (٧٦٨- ٨٠٠) وإمبراطور الإمبراطورية الرومانية المقدسة بين عامي (٨٠٠- ٨١٤).

* astrolabe ذات الصفائح: آلة فلكية قديمة أطلق عليها العرب ذات الصفائح. وهو نموذج ثنائي البعد للقبة السماوية، يظهر كيف تبدو السماء في مكان محدد عند وقت محدد. وقد رسمت السماء على وجه الأسطرلاب بحيث يسهل إيجاد المواضع السماوية عليه.

* Leonardo of Pias ليوناردو من بياس (١١٧٠ – ١٢٤٠): واشتهر باسم فيبوناتشي (Fibonacci)، رياضي إيطالي من بياس، ويعتبر من أكثر الرياضين الغربين موهبة في حينها.

* Baptistery بابتستري: بناء ديني في مدينة فلورانسا، إيطاليا.

* epicycles أفلاك تدويرية: نموذج هندسي يصف اختلافات السرعة والاتجاه في حركة القمر، والشمس والكواكب.

* the Jesuit order اليسوعيون (أو الرهبنة اليسوعية): واحدة من أهم الرهبنيات الفاعلة في الكنيسة الكاثولوكية، ومن أكبرها.

* (Jansenists) الينسينية: حركة دينية وسياسية نشأت في القرن الـ١٧ و١٨، في فرنسا، كرد فعل على بعض التغيرات في الكنيسه الكاثوليكية والاستبداد الملكي.

* بصيغة الجمع لأنه استخدم أكثر من حرف o صغيرة في معادلاته، والمقصود جمع، وإن وردت بصيغة المفرد في اللغة العربية.

* قطط تشيسير (Cheshire cats) قطط خرافية في فيلم «أليس في أرض العجائب»، تتميز بابتسامة مؤذية.

* محركات اعوجاج: مكوك فضائي نظري مستوحى من الخيال العلمي.

* مشروع لبناء مسرع جزيئيات في الولايات المتحدة الأميركية.

* أرقام العد (counting numbers): الأرقام التي نتعلم أن نعد بها مثل ... 1, 2, 3, 4, 5, 5, 6

* كوكب زيلوكس: اسم كوكب من خيال المؤلف.

ترجمة الشكل:

الشكل ١

Figure 1: Numerals of different cultures

MODERN	1	2	3	4	10	20	30	100	200	123
EGYPTIAN	I	II	III	IIII	∩	∩∩	∩∩∩	𓍢	𓍢𓍢	𓍢∩∩III
GREEK (OLD STYLE)	I	II	III	IIII	Δ	ΔΔ	ΔΔΔ	H	HH	HΔΔIII
GREEK (NEW STYLE)	α	β	γ	δ	ι	κ	λ	ρ	σ	ρκγ
ROMAN	I	II	III	IV	X	XX	XXX	C	CC	CXXIII
HEBREW	א	ב	ג	ד	י	כ	ל	ק	ר	קכג
MAYAN	·	··	···	····	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

الأرقام في ثقافات مختلفة

الشكل رقم ٢

Figure 2: Babylonian numbers

Without Zero

𒁹	𒌋	𒁹𒁹	𒌋𒁹	𒁹𒁹	𒌋𒁹	𒁹𒁹	𒌋𒁹
1	10	61	601	3601	36001	216,001	2,160,001
𒁹	𒌋	𒁹𒁹	𒌋𒁹	𒁹𒑱𒁹	𒌋𒑱𒁹	𒁹𒑱𒑱𒁹	𒌋𒑱𒑱𒁹

With Zero

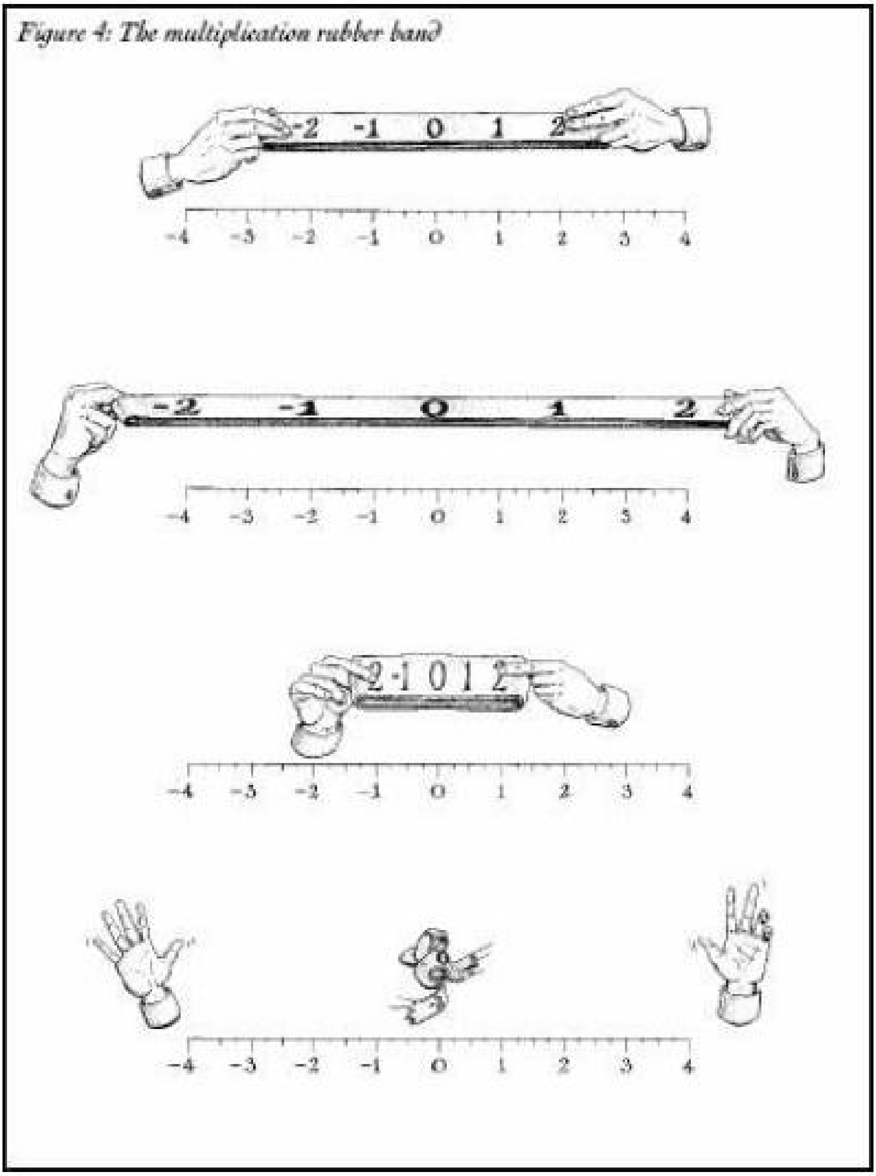
الأرقام البابلية

الشكل ٣

Figure 3: Mayan numbers

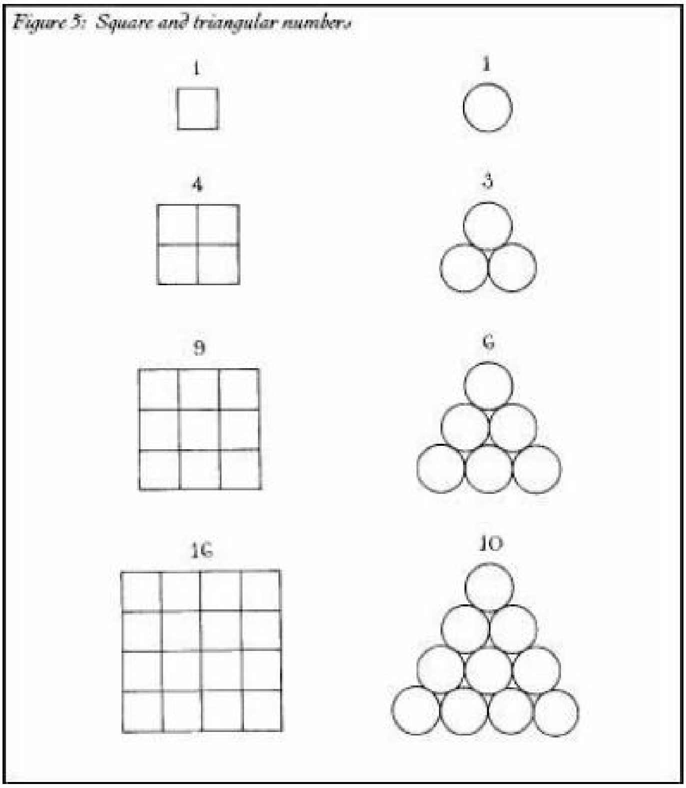
أرقام المايا

الشكل ٤



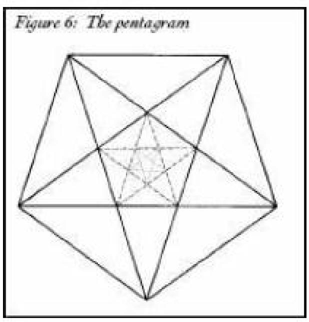
ضرب الرابط المطاطي

الشكل ٥



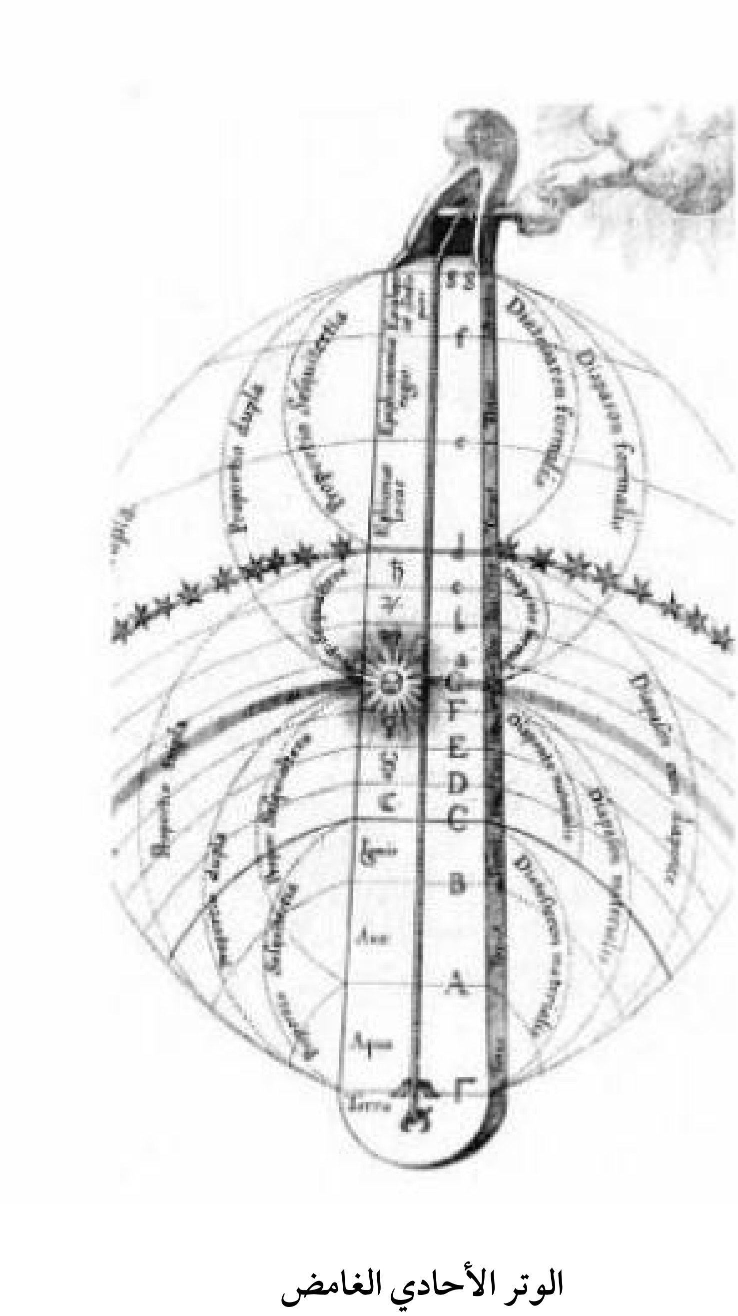
أرقام مربعة ومثلثة

الشكل ٦



النجمة الخماسية

الشكل ٧

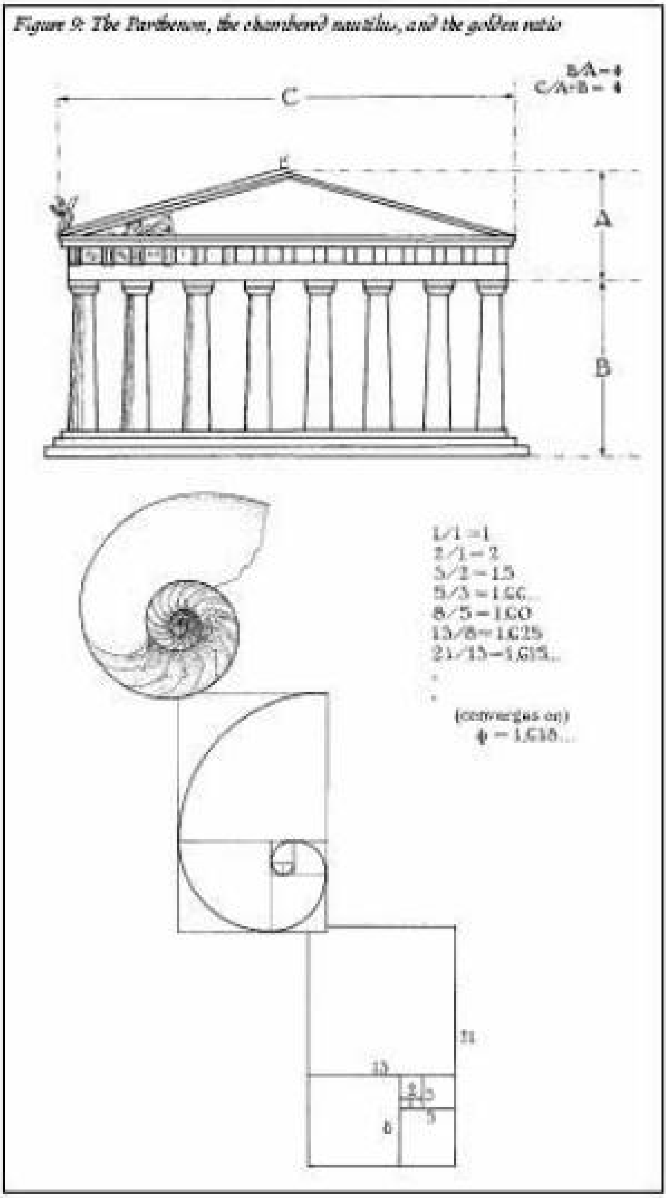


الوتر الأحادي الغامض

الشكل ٨

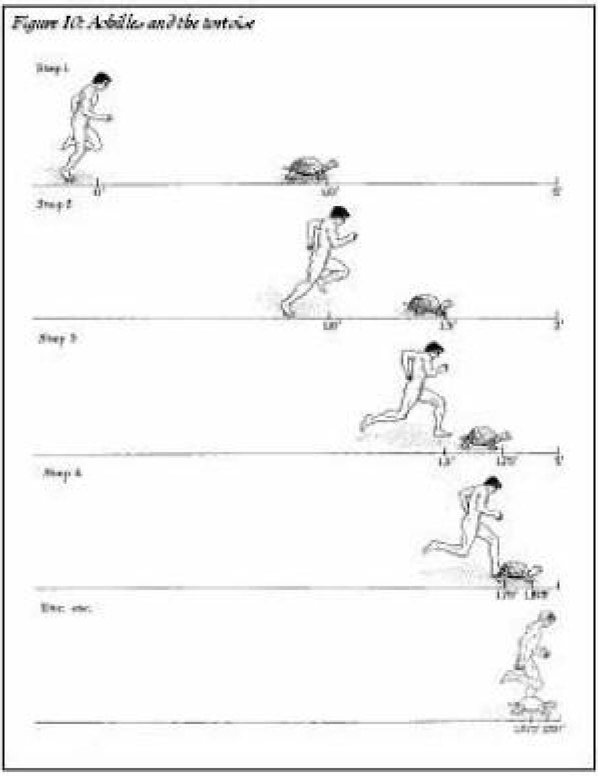
الكون اليوناني

الشكل ٩



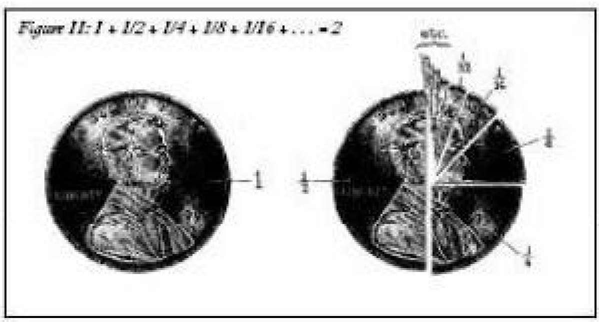
معبد البراثينون اليوناني، وغرف نوتيلوي والنسبة الذهبية

الشكل ١٠



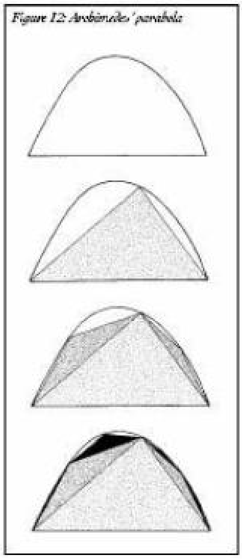
آخيل والسلحفاة

الشكل ١١



1 + ½ + ¼ + 1/8 + 1/16 +…= 2

الشكل ١٢

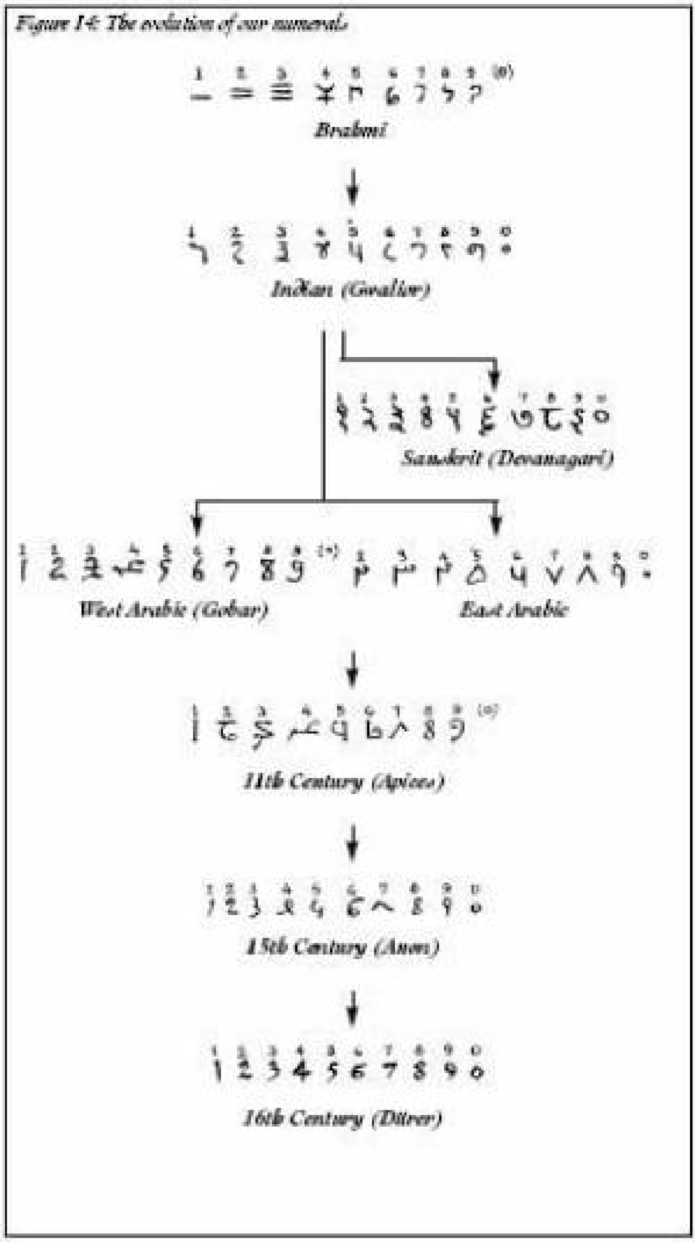


القطع المكافىء لأرخميدس

الشكل ١٣

رقصة شيفا

الشكل ١٤



تطور أرقامنا

الشكل ١٥

لوغاريتم مقابل المعداد

الشكل ١٦

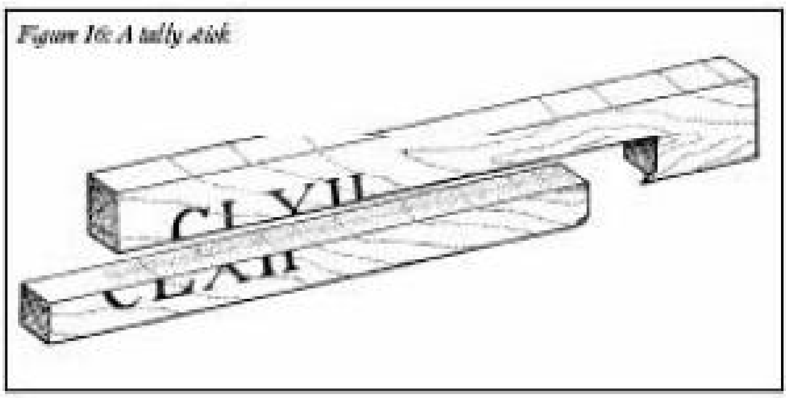
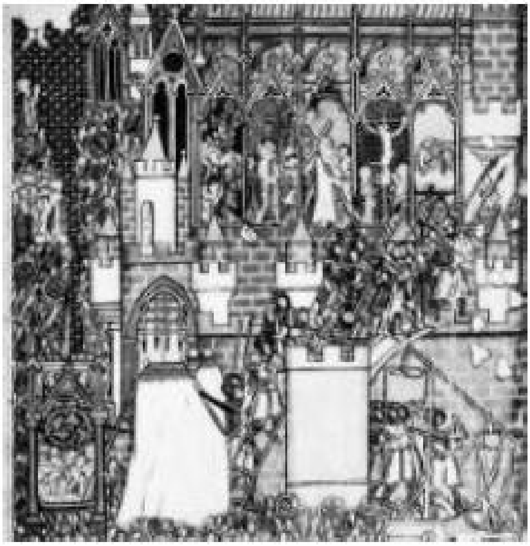


Figure 16: A tally stick

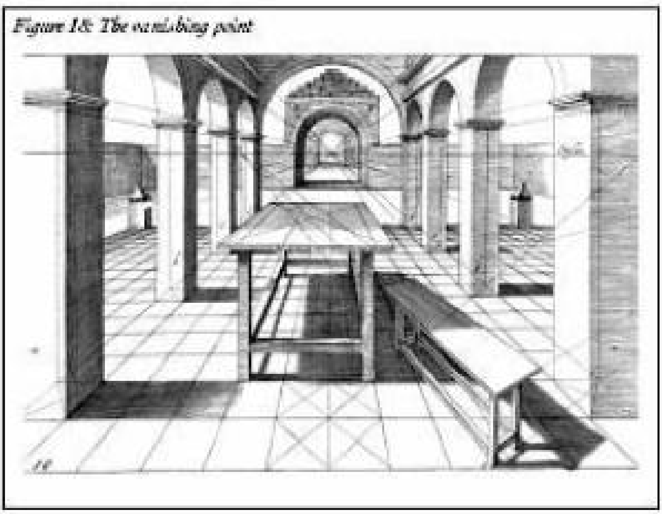
عصا تالي

الشكل ١٧



فوارس مسطحون وقلاع مشوهة

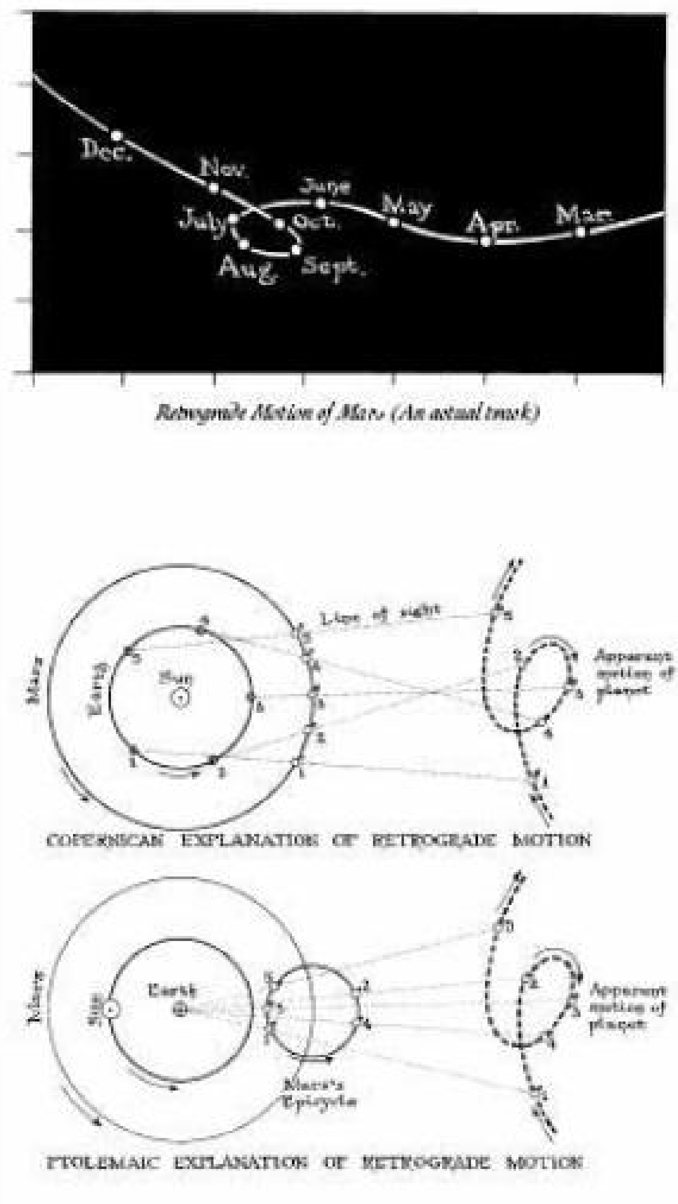
الشكل ١٨

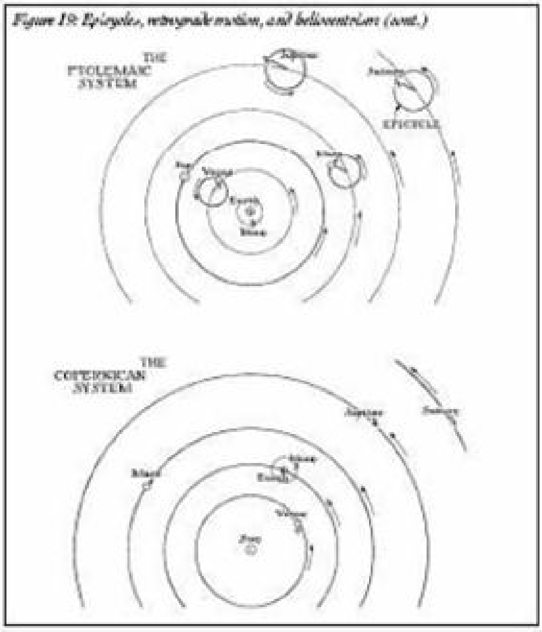


نقطة التلاشي

الشكل ١٩

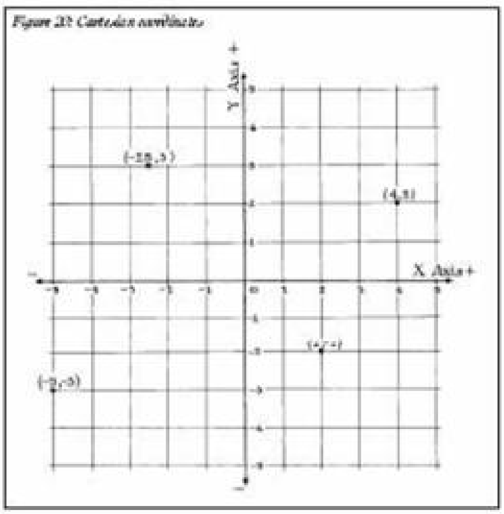
Figure 19: Epicycles, retrograde motion, and heliocentrism





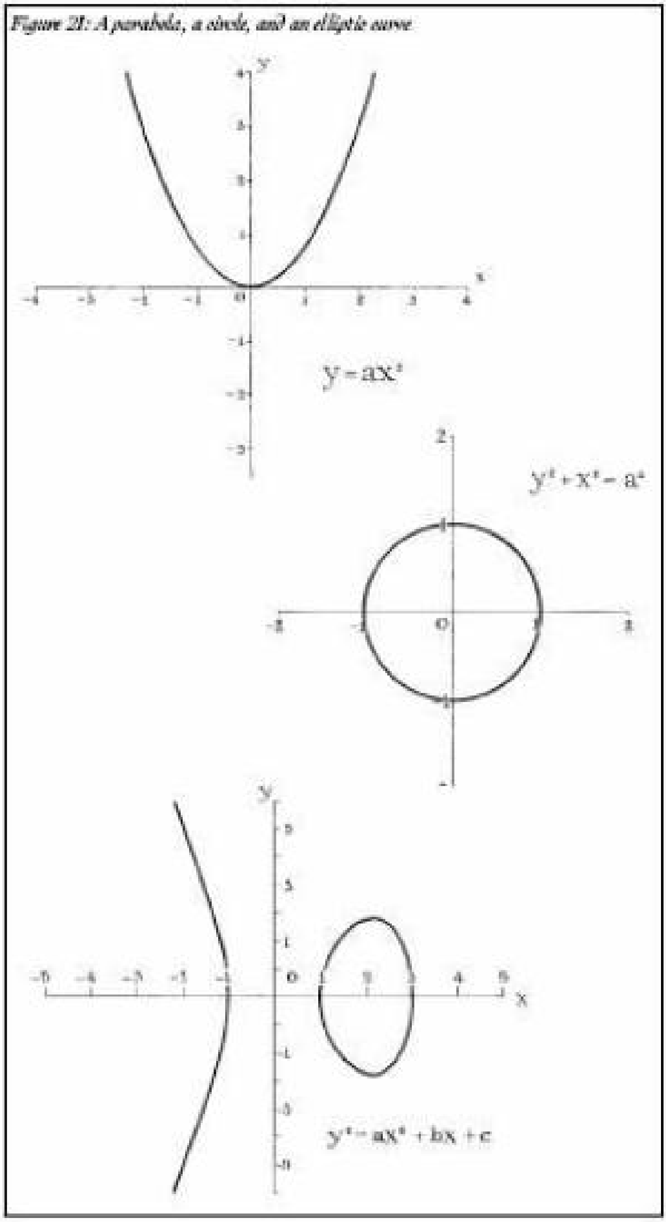
أفلاك الدوران وحركة ارتدادية ومركزية الشمس

الشكل ٢٠



إحداثيات كارتية

الشكل ٢١



قطع مكافىء ودائرة ومنحنى قطع ناقص

الشكل ٢٢

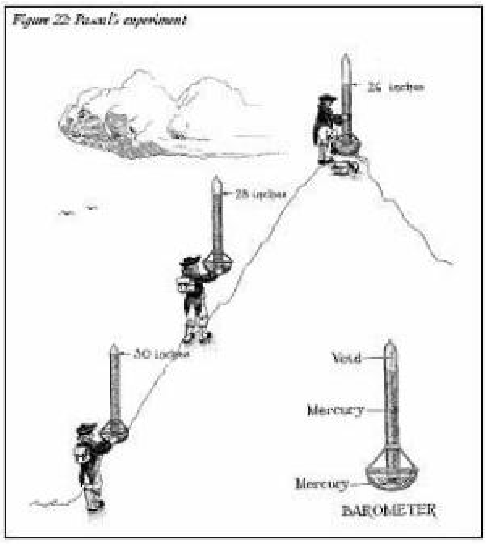


Figure 22: Pascal's experiment

تجربة باسكال

الشكل ٢٣

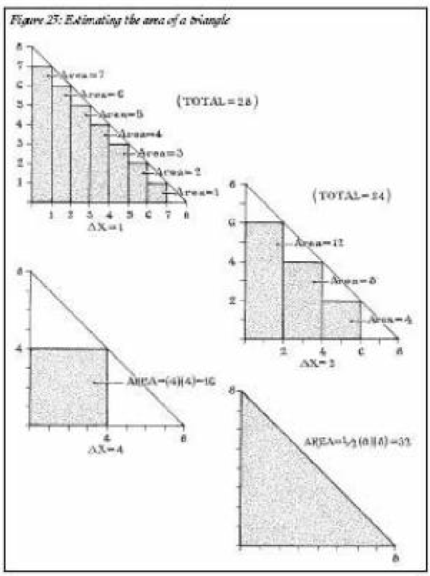


Figure 23: Estimating the area of a triangle

تقدير مساحة المثلث

الشكل ٢٤

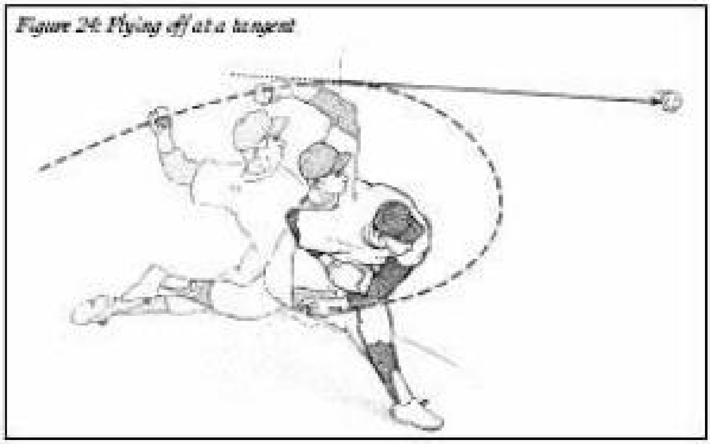


Figure 24: Flying off at a tangent

الإقلاع عند المماس

الشكل ٢٥

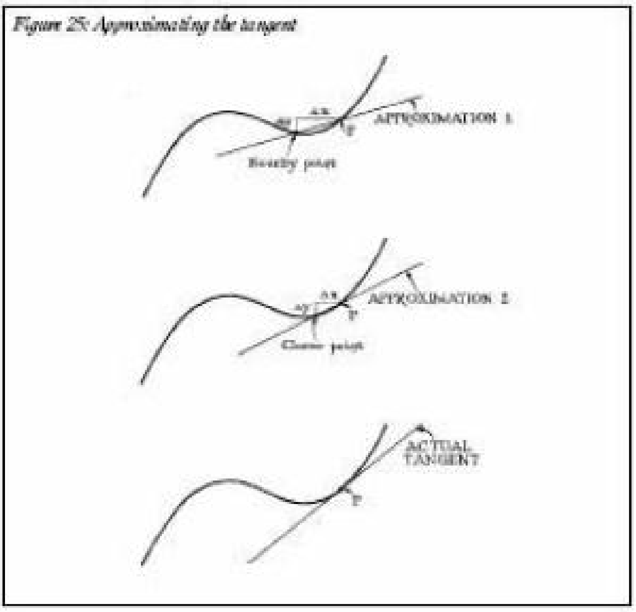
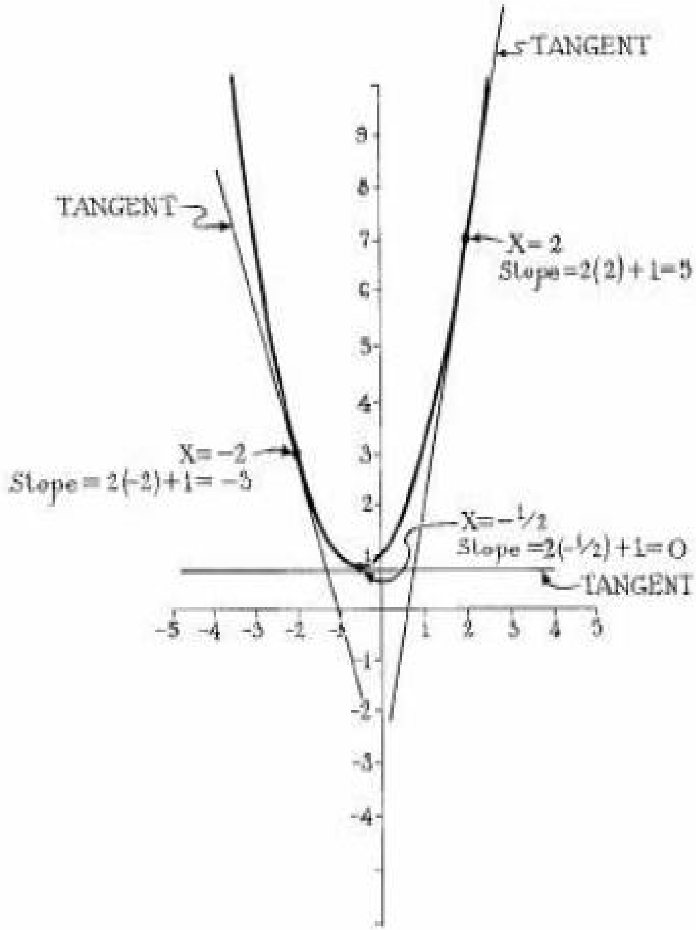


Figure 25: Approximating the tangent

تقريب المماس

الشكل ٢٦

Figure 26: To find the slope at a point on the parabola $y = x^2 + x + 1$, use the formula $2x + 1$.

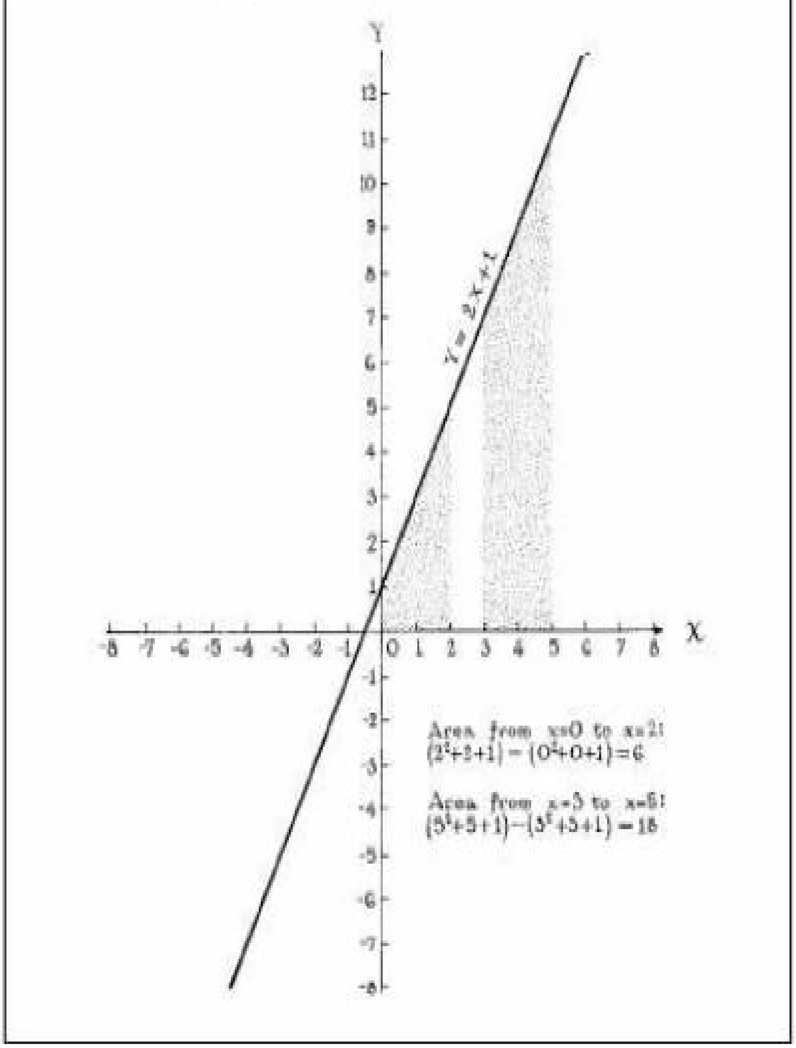


لإيجاد ميل نقطة على قطع مكافئ

y=x2+x+1 استخدم معادلة 2x+1

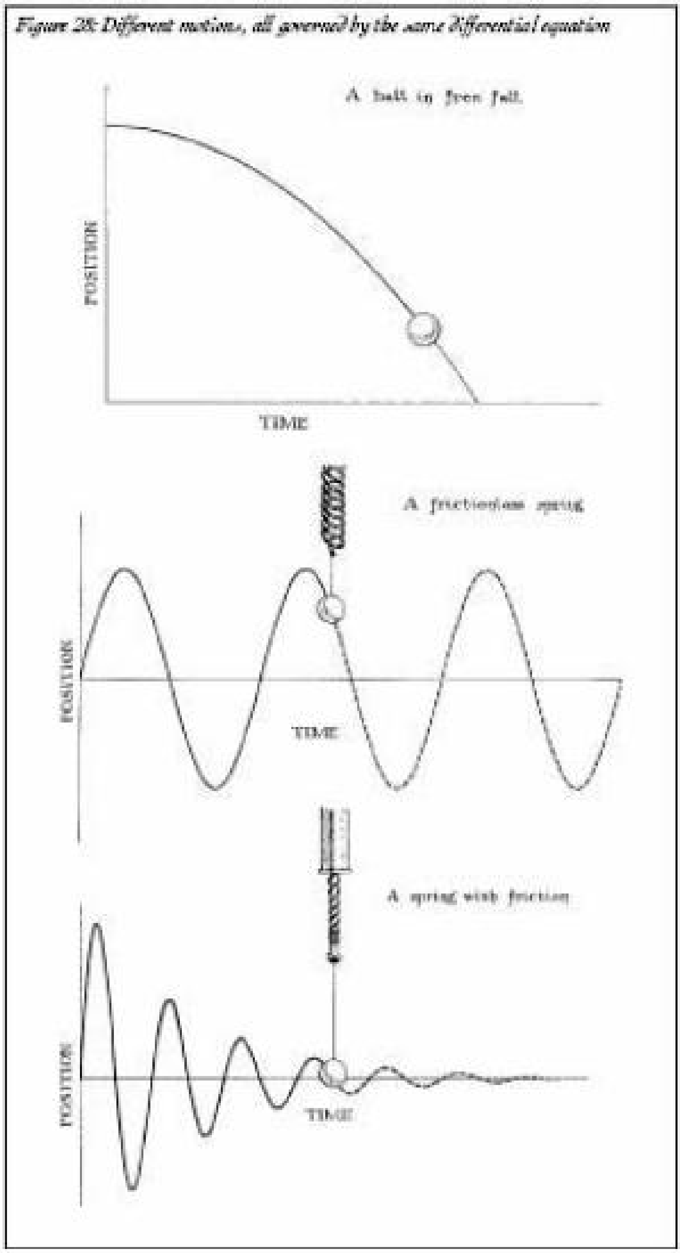
الشكل ٢٧

Figure 27: To find the area under the line $y = 2x + 1$, use the formula $x^2 + x + 1$.



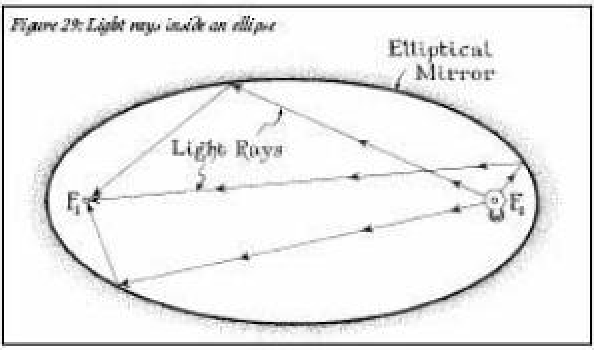
لإيجاد مساحة تحت خط y=2x+1 استخدم معادلة x2+x+1

الشكل ٢٨



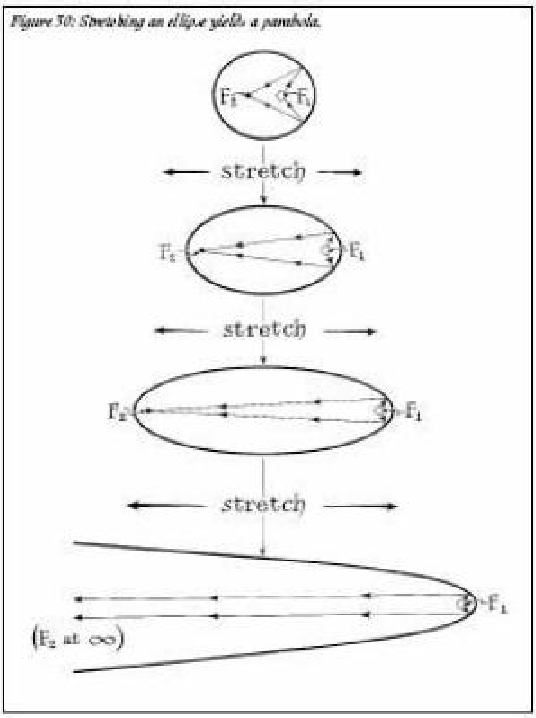
حركات مختلفة كلها خاضعة لمعادلة تفاضلية

الشكل ٢٩



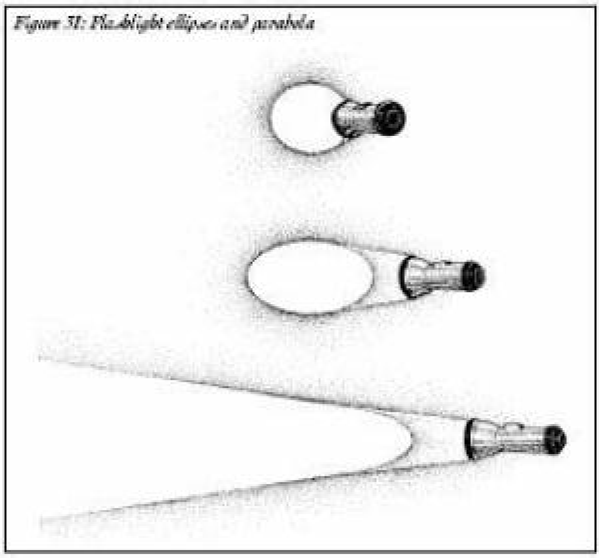
شعاعات ضوئية في شكل بيضاوي

الشكل ٣٠



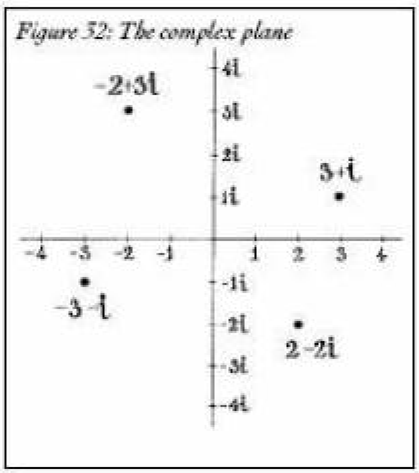
تمدد الشكل البيضاوي يؤدي إلى قطع مكافىء

الشكل ٣١



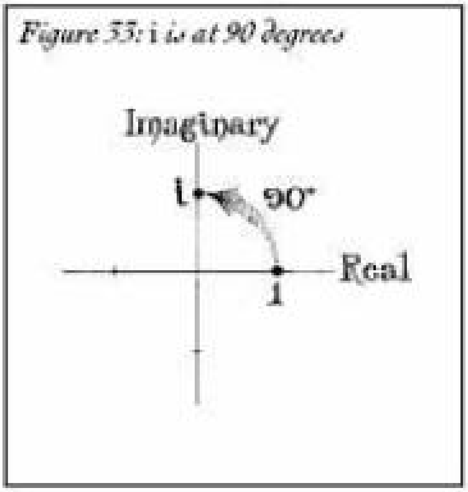
إشعاعات ضوئية في أشكال بيضاوية وقطوع مكافئة

الشكل ٣٢



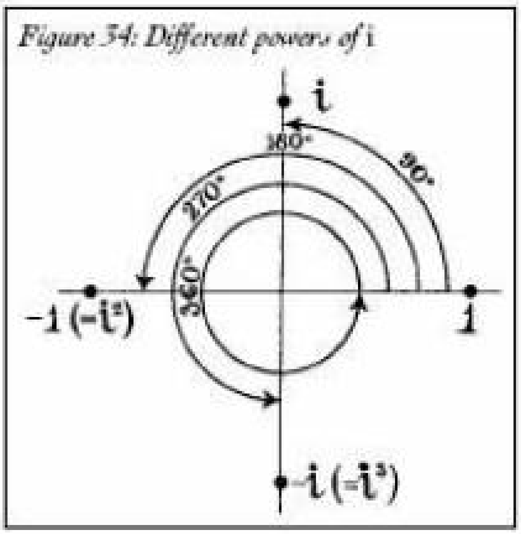
مسطح الأعداد غير الحقيقية

الشكل ٣٣



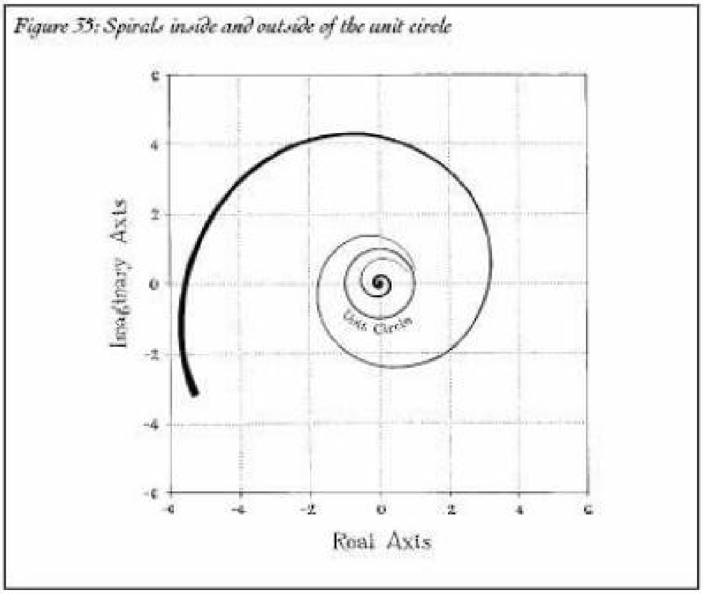
i عند زاوية ٩٠ درجة

الشكل ٣٤



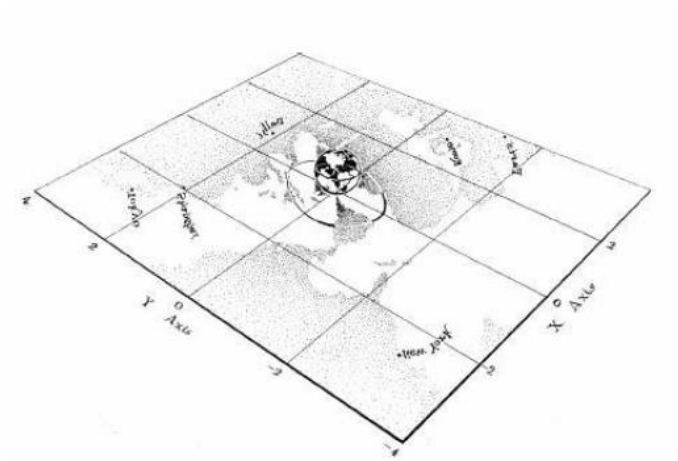
قوى مختلفة لـ i

الشكل ٣٥



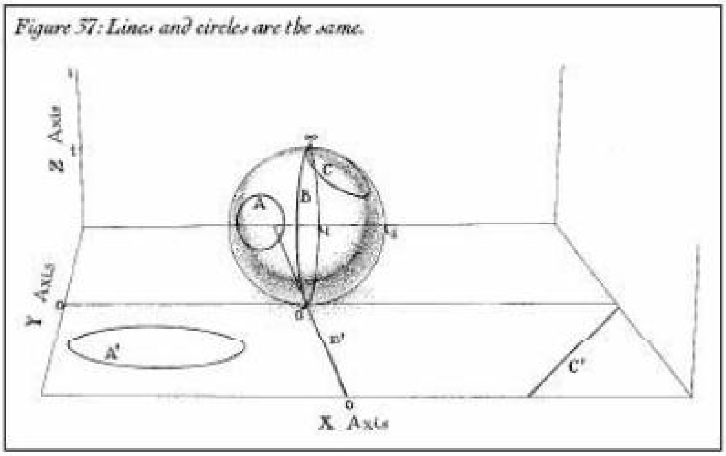
حلزونيات داخل وخارج الدائرة

الشكل ٣٦



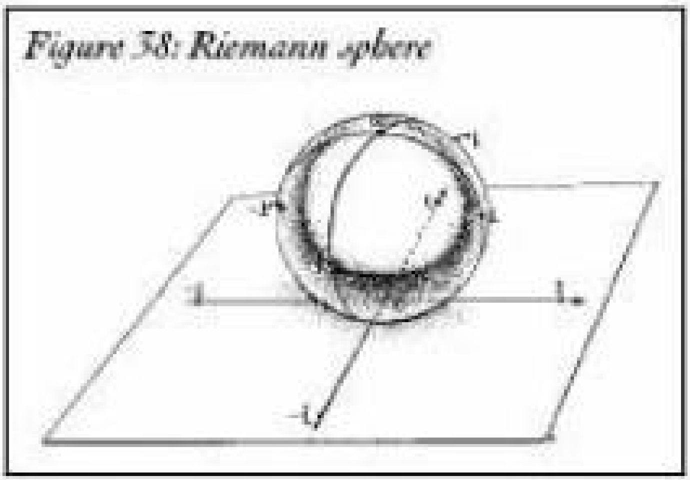
إسقاط ستيروغرافي للأرض

الشكل ٣٧



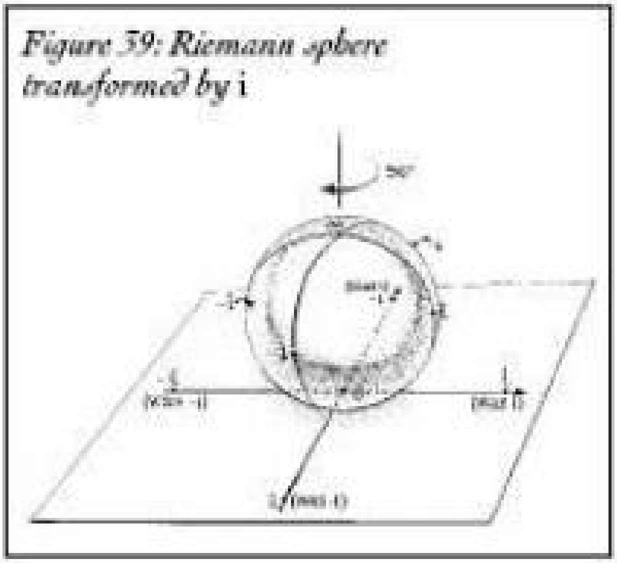
دوائر وخطوط هي نفسها

الشكل ٣٨



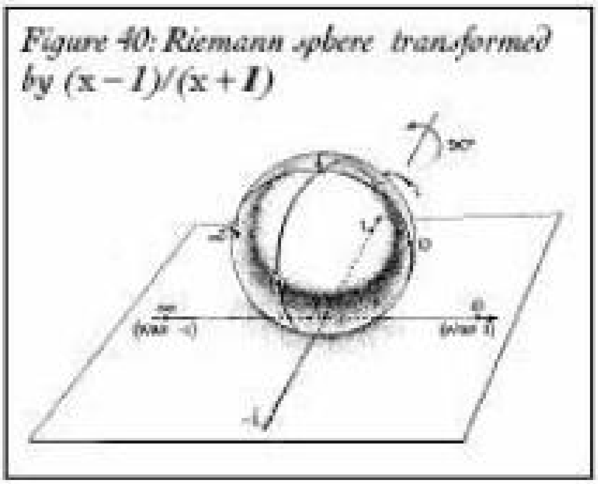
كرة ريمان

الشكل ٣٩



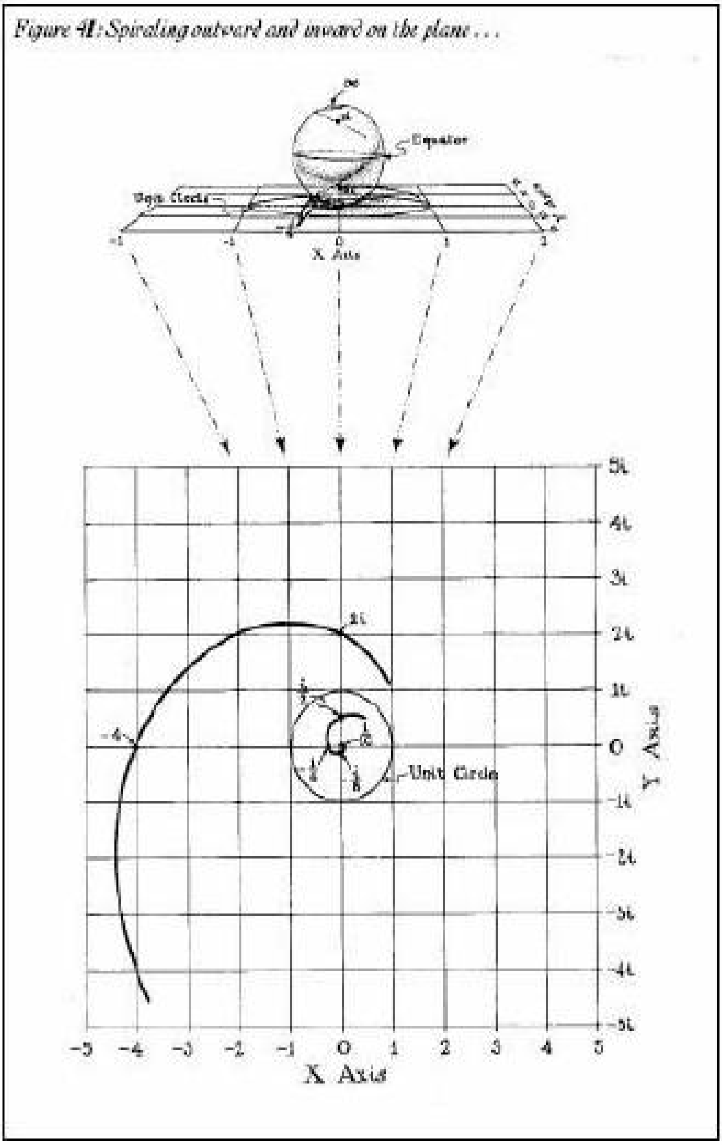
تحول كرة ريمان مع i

الشكل ٤٠



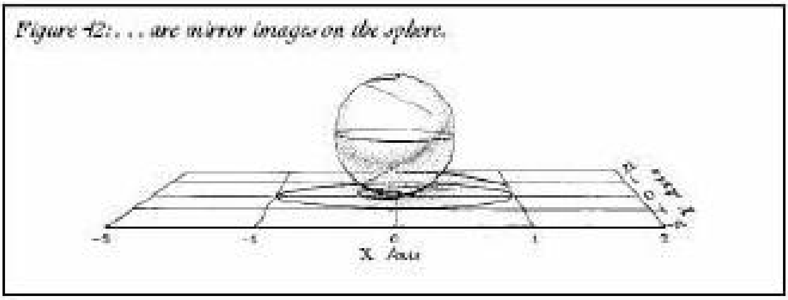
تحول كرة ريمان مع (x-1)/(x+1)

الشكل ٤١



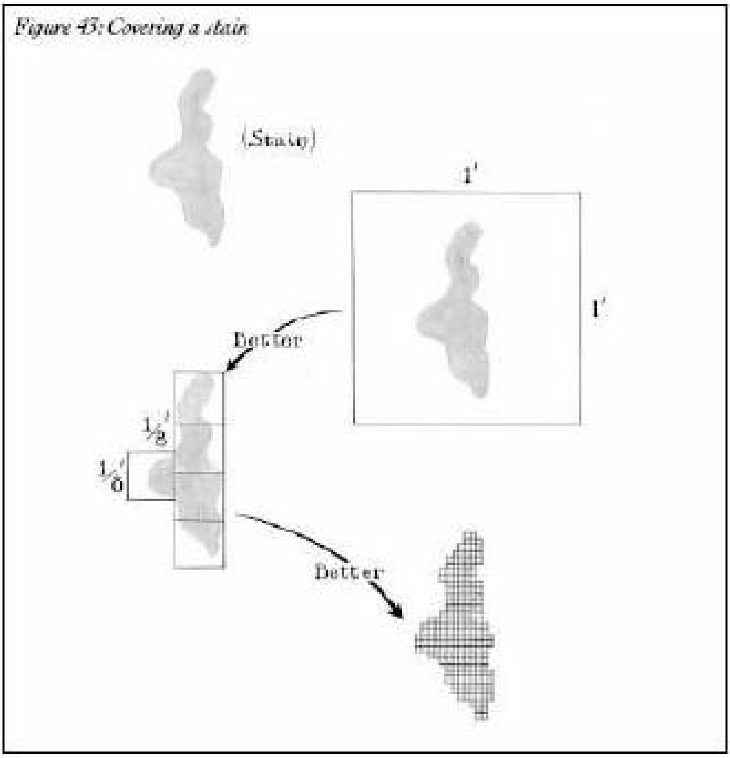
الدوران الحلزوني باتجاه الداخل والخارج على مسطح...

الشكل ٤٢



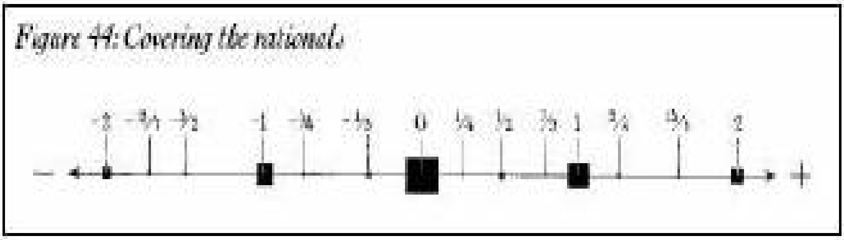
... صور مرآة على كرة

الشكل ٤٣



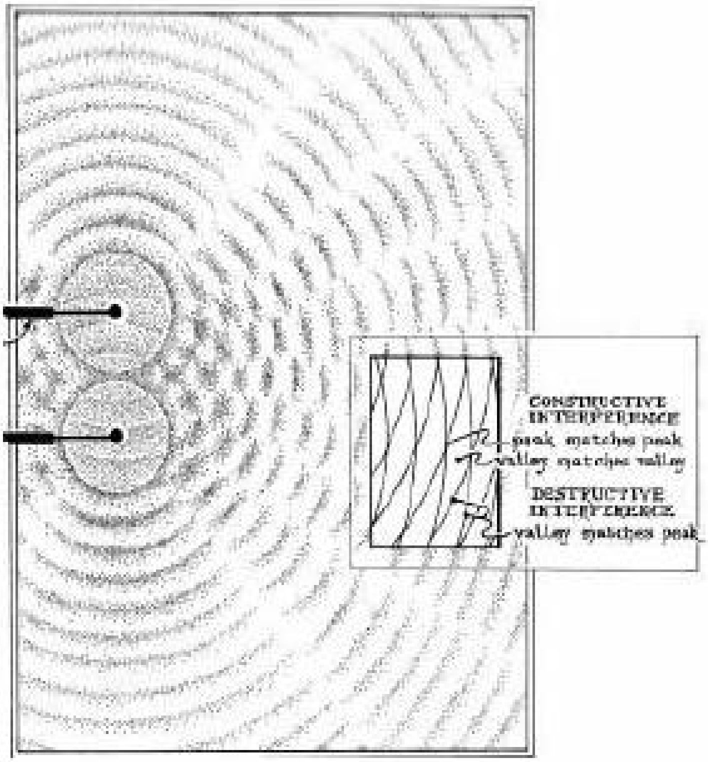
تغطية بقعة

الشكل ٤٤



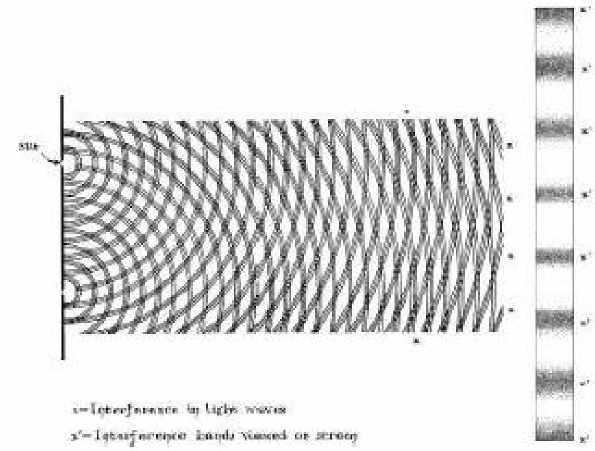
تغطية الأعداد العشرية

الشكل ٤٥



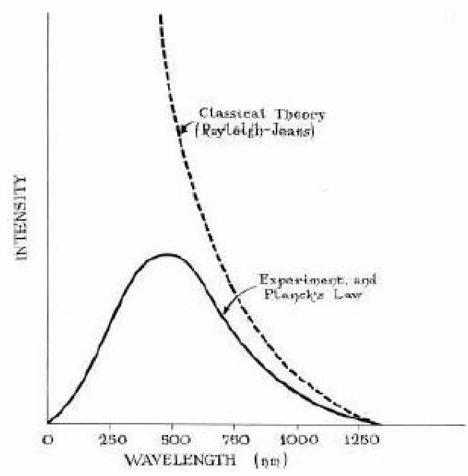
نمط تداخلي في الماء

الشكل ٤٦



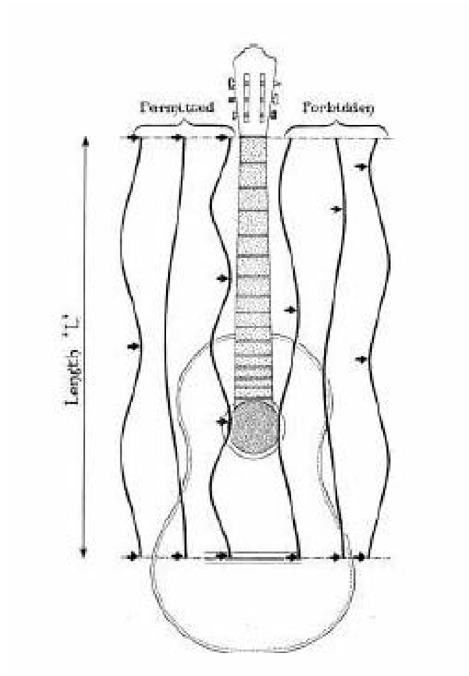
تداخل ضوء: إن قلبت الكتاب ونظرت إلى الصفحة يمكنك رؤية الأنماط التداخلية على الصفحة

الشكل ٤٧



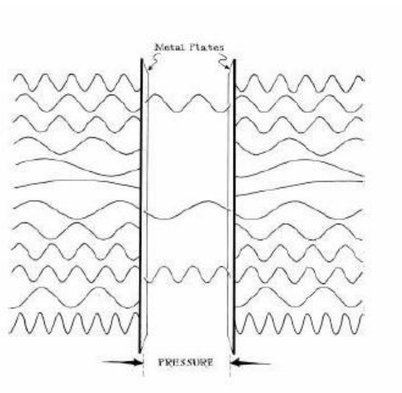
شعاع ضوء جاين يسعى إلى اللانهاية ولكن ثابت بلانك يبقى محدود (ثابت)

الشكل ٤٨



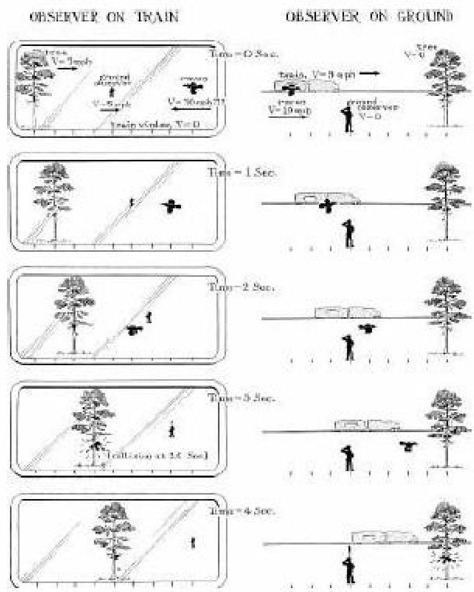
نوتات مُحرمة (شيطانية) على وتر الغيتارة

الشكل ٤٩



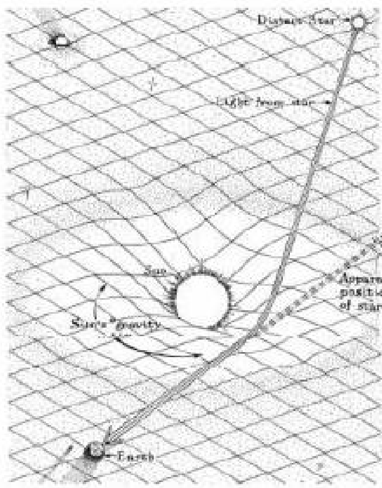
تأثير كاسيمير

الشكل ٥٠



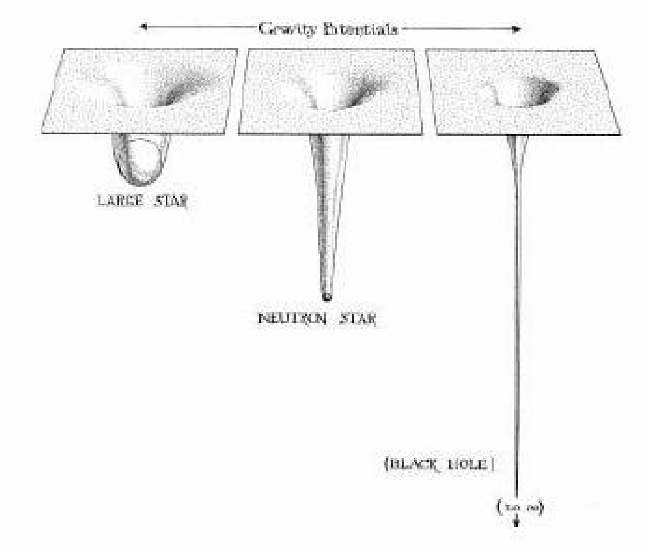
ثابت سرعة الغراب تعني على الزمن أن يكون نسبياً

الشكل ٥١



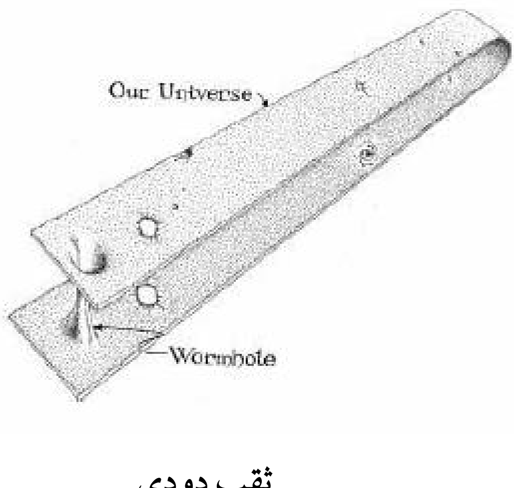
الجاذبية تحني الضوء حول الشمس

الشكل ٥٢



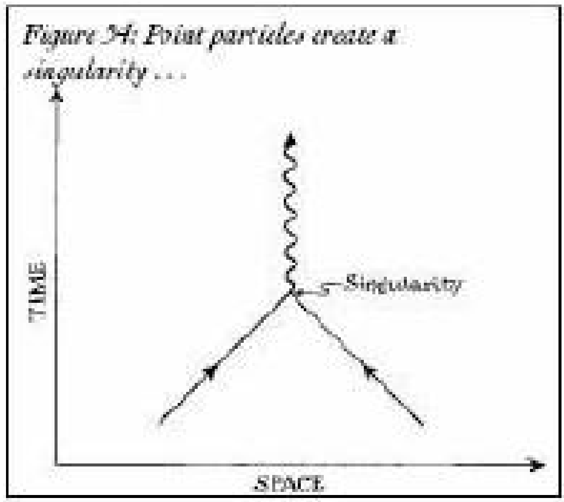
ليس مثل بقية النجوم؛ الثقب الأسود يمزق ثقب في زمان-مكان (زمكان)

الشكل ٥٣



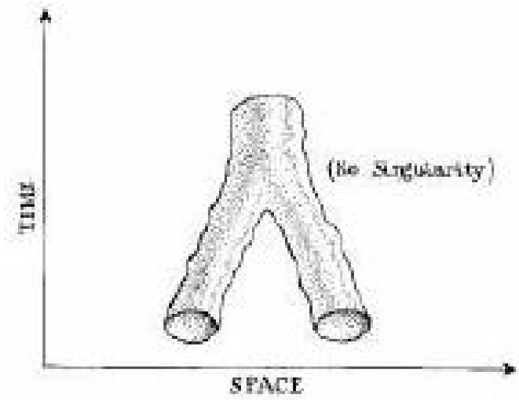
ثقب دودي

الشكل ٥٤



نقطة جزيء تخلق فردانية...

الشكل ٥٥



... جزيئيات الوتر لا تفعل هذا

الشكل ٥٦

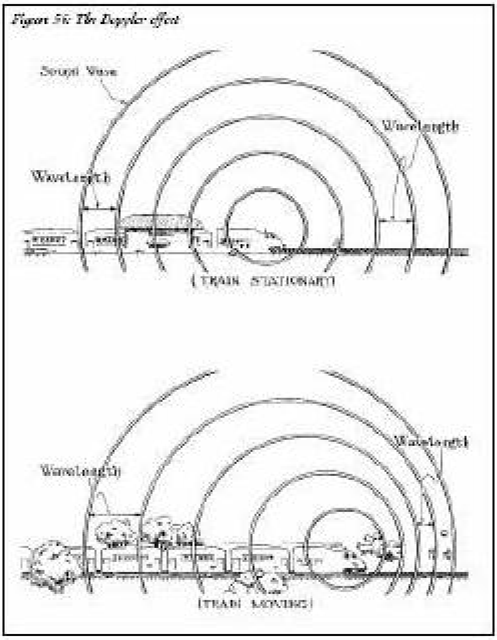


Figure 56: The Doppler effect

تأثير دوبلر

الشكل ٥٧

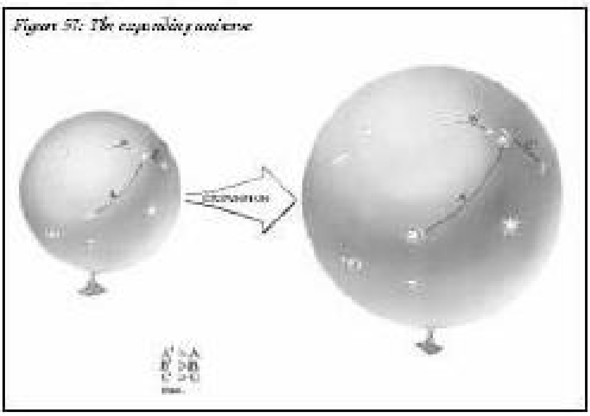


Figure 57: The expanding universe

الكون المتمدد

فهرس

الصفحة

الصفحة

تشارلز سيف

- كاتب وصحافي أمريكي؛
- أستاذ في قسم الصحافة بجامعة نيويورك؛
- حاصل على جائزة PEN/Martha Award؛
- له العديد من المقالات العلمية التخصصية في الصحف والمجلات الأمريكية؛
- **من أعماله المؤلفة:**
  - **«شمس في قارورة» (Sun in a Bottle).**

د. أحمد ديركي

- مترجم سوري معاصر؛
- حاصل على درجة الدكتوراة في علم الاجتماع – الجامعة اللبنانية؛
- له كتاب مطبوع **(**النقابات والسياسة**)** تجربة الحزب الشيوعي البناني **(**١٩٢٤ - ١٩٧٥**)**؛
- عمل في مجال التدريس والصحافة والمنظمات الدولية وغير الحكومية؛
- له مقالات مؤلفة ومترجمة في الصحف والمجلات؛
- يعد هذا الكتاب أول أعماله المترجمة.

٢٠٢٢م